

## Seminar „Dynamische Systeme per Computer“

Themenvorschlag

### Simulation eines $N$ -Körperproblems

**Einarbeitung ins Thema** Unter einem  $N$ -Körpersystem versteht man mehrere Kugel- oder Punkt-förmige Massen, die aufeinander nur durch ihre gegenseitige Gravitation wirken. Die Bewegung der einzelnen Körper wird dann durch das zweite Newtonsche Gesetz („Kraft = Masse · Beschleunigung“) beschrieben. Schreibt man das zweite Newtonsche Gesetz für alle Körper an und setzt für die wirkenden Kräfte die Gravitationskräfte der anderen Körper ein, so erhält man ein System aus gewöhnlichen Differentialgleichungen. Die (i.A. schwierige) Aufgabe, dieses System zu lösen, bezeichnet man als  $N$ -Körperproblem. Einen sehr kurzen Überblick über das  $N$ -Körperproblem finden Sie in Kapitel 14.1 von [2]. In Kapitel 2 desselben Buchs finden Sie auch eine Behandlung des Spezialfalls  $N = 2$ ; dieser Fall lässt sich analytisch lösen, man bezeichnet ihn üblicherweise als „Kepler-Problem“.

Eine andere Quelle für einen sehr kurzen Überblick über die Himmelsmechanik ist Kapitel 1.1 in [1]; eine ausführliche Behandlung von Gravitationskräften und des zweiten Newtonschen Gesetzes finden Sie in jedem Mechanik-Buch ihrer Wahl.

**Vorbereitung des Vortrags** In Ihrem Vortrag können Sie beispielsweise die folgenden Punkte aufgreifen:

- Geben Sie einen kurzen Überblick über das Gravitationsgesetz und das zweite Newtonsche Gesetz, die zur Formulierung des  $N$ -Körper-Problems benötigt werden. Erläutern Sie das Differentialgleichungssystem, welches das  $N$ -Körper-Problem beschreibt.
- Wenn Sie möchten, können Sie auch einen kurzen Überblick über das Kepler-Problem geben (z.B. erwähnen, dass die Bahnkurve (fast) immer eine Ellipse oder eine Hyperbel ist).
- Sie können auch kurz darauf eingehen, wie zutreffend dieses Modell bei der Beschreibung von Phänomenen in der Himmelsmechanik sind (Abweichungen vom Modell treten zum Beispiel auf, weil Himmelskörper nicht exakt kugelsymmetrisch sind, weil in der Nähe von Sonnen die allgemeine Relativitätstheorie berücksichtigt werden müsste, etc.)

Es gibt zahlreiche Beispiele für  $N$ -Körperprobleme, deren Simulation Sie im Vortrag vorstellen können, beispielsweise:

- Das 3-Körpersystem aus Sonne, Erde und Mond. Die numerische Lösung dieses Problems könnten Sie zum Beispiel auch mit der Lösung vergleichen, die man erhält, wenn die Zwei-Körperprobleme „Sonne - Erde“ und „Erde - Mond“ einzeln analytisch löst und die Lösungen zusammenfügt.

- Ein Planet mit zwei Monden. Wenn die beiden Monde relativ klein im Vergleich zum Planeten sind (wie zum Beispiel beim Mars), würde man erwarten, dass die Monde sich ähnlich verhalten, wie wenn man das 2-Körperproblem „Planet - Mond“ für jeden der Monde einzeln löst. Es bietet sich ein Vergleich dieser Approximation mit der numerischen Lösung des 3-Körperproblems an.
- Die Flugbahn eines Asteroiden in der Nähe eines Planeten mit Mond.
- Ein Sonnensystem bestehend aus einem Zentralgestirn und mehreren Planeten.
- Ein Doppelstern, der von einem oder mehreren Planeten umkreist wird.

## Literatur

- [1] Deuffhard, Peter, Bornemann, Folkmar, *Numerische Mathematik 2: Gewöhnliche Differentialgleichungen.*, Walter de Gruyter & Co., Berlin, 2008.
- [2] Hirsch, Morris W., Smale, Stephen, *Differential equations, dynamical systems, and linear algebra*, Pure and Applied Mathematics, Vol. 60, Academic Press, New-York-London, 1974.