Universität Ulm

Abgabe: Montag, 13.05.2013

Dr. Gerhard Baur
Jochen Glück
Sommersemester 2013

Übungen Einführung in die Variationsrechnung II: Blatt 3

6. Sei $p > 0$ und $q \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Wir betrachten das Quadratische Funktional

$$I(x) = \int_0^b p\dot{x}(t)^2 + qx(t)^2 \,\mathrm{d}t \qquad (\, x \in C_1^s[0,b]\,),$$

wobei $b > 0$ eine nicht näher spezifizierte rechte Intervallgrenze ist.

(a) Berechnen Sie die Hauptlösung des zugehörigen Hamilton-Systems $\dot{u} = \frac{1}{p}v$, $\dot{v} = qu$.
Bemerkung: Sie können die Hauptlösung entweder direkt berechnen, indem Sie das Hamilton-System als lineare Differentialgleichung in zwei Dimensionen auffassen, oder Sie berechnen die Hauptlösung, indem Sie die Eulersche Differentialgleichung $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(p\dot{x}) = qx$ *mit passenden Startwerten lösen (vgl. Lemma 2 in Kapitel 15).*

(b) Entscheiden Sie in Abhängigkeit von p, q und b, wann das quadratische Funktional I positiv semidefinit (bzw. positiv definit) ist.