Dr. Gerhard Baur
Jochen Glück
Sommersemester 2013

Übungen Einführung in die Variationsrechnung II: Blatt 4

7. Sei $I \subset \mathbb{R}$ ein offenes Interval, seien $a, b \in I$ mit $a < b$ und seien $p, q : I \to \mathbb{R}$ zwei stetige Funktionen und $p(t) > 0$ für alle $t \in I$. Betrachten Sie die Differentialgleichung

$$(*) \qquad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(p\dot{x}) = qx$$

und zeigen Sie: Wenn $(*)$ eine Lösung x_1 besitzt, die die Eigenschaft $x_1(t) > 0$ für alle $t \in (a, b]$ erfüllt, dann besitzt $(*)$ auch eine Lösung x_2, die die Eigenschaft $x_2(t) > 0$ für alle $t \in [a, b]$ erfüllt.

Tipp: Sei x_0 eine Lösung von $(*)$ mit der Eigenschaft $x_0(a) > 0$; betrachten Sie nun $x_1(t) + \varepsilon x_0(t)$ für genügend kleine $\varepsilon > 0$.