Universität Ulm

Abgabe: Freitag, 12.05.2017

Prof. Dr. Wolfgang Arendt
Dr. Jochen Glück
Sommersemester 2017
Punktzahl: 10

Übungen Analysis 1: Blatt 3

1. (a) Betrachten Sie die Menge $A := \{\frac{1}{3-2n} : \ n \in \mathbb{N}\} \subseteq \mathbb{R}$. Entscheiden Sie, ob A ein Minimum und/oder ein Maximum besitzt und bestimmen Sie diese gegebenenfalls. (1)

(b) Betrachten Sie die Menge $B := \{m + \frac{1}{n+1} - 1 : \ m, n \in \mathbb{N}_0\}$. Entscheiden Sie, ob B nach unten und/oder nach oben beschränkt ist und bestimmen Sie gegebenenfalls das Infimum/Supremum von B. (2)

(c) Entscheiden Sie, ob die Menge B aus Teilaufgabe (b) ein Minimum und/oder ein Maximum besitzt und bestimmen Sie diese gegebenenfalls. (1)

2. Für jedes $k \in \mathbb{N}$ definieren wir

$$a_k := \begin{cases} -1 & \text{falls } k \text{ gerade ist,} \\ \frac{-1+k}{k} & \text{falls } k \text{ ungerade ist.} \end{cases} \qquad \text{und} \qquad b_k := \begin{cases} -1 & \text{falls } k \text{ gerade ist,} \\ -1 + \frac{1}{k} & \text{falls } k \text{ ungerade ist.} \end{cases}$$

(a) Entscheiden Sie, ob die reelle Folge $(a_k)_{k\in\mathbb{N}}$ konvergiert und bestimmen Sie gegebenenfalls ihren Grenzwert. (2)

(b) Entscheiden Sie, ob die reelle Folge $(b_k)_{k\in\mathbb{N}}$ konvergiert und bestimmen Sie gegebenenfalls ihren Grenzwert. (2)

3. Sei $A \subseteq \mathbb{R}$ nach oben beschränkt. Zeigen Sie, dass es eine Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ von Zahlen $a_n \in A$ gibt, die gegen $\sup A$ konvergiert. (2)

Bitte umblättern!

Weitere Aufgaben für Sie zum Üben:

4. In jeder der folgenden Teilaufgaben sind die Glieder einer reellen Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ gegeben. Entscheiden Sie jeweils, ob die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergiert und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert.

(a) Es sei $a_n = \frac{(-1)^n}{n} + \frac{2}{n^2}$ für alle $n \in \mathbb{N}$.

(b) Es sei $a_n = \frac{n^3-n+2}{n^2}$ für alle $n \in \mathbb{N}$.

(c) Es sei $a_n = \frac{2n^2+n-7}{n^2}$ für alle $n \in \mathbb{N}$.

(d) Es sei $a_n = \frac{2n^2+n-7}{n^2+n+1}$ für alle $n \in \mathbb{N}$.

(e) Es sei $a_n = ((-1)^n + \frac{2}{n}) \cdot \frac{n+2}{2n-1}$ für alle $n \in \mathbb{N}$.

5. Sei $q \in \mathbb{R}$ mit $|q| < 1$. Zeigen Sie, dass die Folge $(kq^k)_{k\in\mathbb{N}}$ gegen 0 konvergiert.

6. Seien $x, y \in \mathbb{R}$. Entscheiden Sie in Abhängigkeit von x und y, ob die Folge $(x^n - y^n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergiert und bestimmen Sie gegebenenfalls ihren Grenzwert.