



---

## Übungen Dynamische Systeme : Serie 14

---

1. Betrachtet wird das folgende System in  $\mathbb{R}^2$ :

$$\begin{cases} \dot{x} = -x + y + 3y^2, \\ \dot{y} = y. \end{cases} \quad (\text{A})$$

- (a) Berechnen Sie zu beliebig vorgegebenen Anfangsdaten  $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$  die Lösung von (A) mit  $x(0) = x_0$  und  $y(0) = y_0$ .

**Hinweis:** Beginnen Sie mit der zweiten Gleichung und verwenden Sie dann für die erste Gleichung die Formel der Variation der Konstanten. (2)

- (b) Zeigen Sie, dass der Ursprung ein Sattelpunkt ist, und bestimmen Sie die beiden Teilräume  $X_s$  und  $X_i$  (vgl. Satz 6.1 in der Vorlesung). (2)

- (c) Bestimmen Sie die stabile und instabile Mannigfaltigkeit  $\mathcal{M}_s$  und  $\mathcal{M}_i$  (vgl. Satz 6.1). (3)

- (d) Verifizieren Sie, dass die Tangentenvektoren von  $\mathcal{M}_s$  und  $\mathcal{M}_i$  im Ursprung Elemente von  $X_s$  bzw.  $X_i$  sind. (1)

- (e) Skizzieren Sie das Phasenporträt.  
Wie verhalten sich die Lösungen von (A) für  $t \rightarrow \infty$ . (2)