

Themenvorschläge zum Seminar über den Abbildungsgrad

Jedes Thema soll von einem Team aus zwei Personen bearbeitet werden, die den Inhalt gemeinsam erarbeiten und jeweils eine Hälfte, also jeweils 45 Minuten, des Vortrags bestreiten. Jedes Team übernimmt zwei Themen, sodass insgesamt zwei Durchläufe zustande kommen. Die Zusammensetzung der Teams darf sich allerdings auch ändern.

- (0) Definition des Brouwer'schen Abbildungsgrad und unmittelbare Folgerungen aus der Definition [Dei85, Abschnitt 1.0 und Theorem 3.1]; dieses (kurze) Thema ist die Grundlage für alle weiteren Vorträge und wird vom Assistenten entweder bei der Vorbesprechung oder in der ersten Semesterwoche präsentiert.
- (1) der Abbildungsgrad in einer Dimension [Dei85, Kapitel 1, Aufgabe 11], der Abbildungsgrad in zwei Dimensionen für holomorphe Funktionen [FG95, Proposition 1.3 und Abschnitt 2.5],
- (2) Eindeutigkeit des Brouwer'schen Abbildungsgrads [Dei85, §1]
- (3) Konstruktion (und Existenz) des Brouwer'schen Abbildungsgrads, d.h. die explizite Definition für den Abbildungsgrad [FG95, Definition 1.18] hat die Eigenschaften (d1)–(d3) eines Abbildungsgrads [Dei85, Seite 5] Hinweis: Überschneidungen mit Themen (1) und (2) absprechen!
- (4) Der Brouwer'sche Fixpunktsatz und einige seiner Anwendungen auf Eigenwertprobleme und gewöhnliche Differentialgleichungen [Dei85, Abschnitt 3.2], [FG95, Theorem 3.14].
- (5) Topologische Anwendungen des Brouwer'schen Abbildungsgrads: „Igel-Theorem“, Theorem von Borsuk, Stetigkeit der Umkehrfunktion [Dei85, Abschnitte 3.3–4.2]

- (6) Geometrische Anwendungen des Brouwer'schen Abbildungsgrads: Der Satz vom Schinken-Käse-Sandwich, der Jordan'sche Trennungssatz und der Jordan'sche Kurvensatz [FG95, Theoreme 3.28 und 3.29]
- (7) Einführung in die Funktionalanalysis (Banachräume, kompakte Operatoren) [Dei85, Abschnitt 7.2, Propositionen 7.6–7.8, Abschnitt 8.1, Proposition 8.1], Beispiel von Leray [FG95, Abschnitt 7.1]
- (8) Existenz und Eindeutigkeit des Leray-Schauder'schen Abbildungsgrads und weitere Eigenschaften [Dei85, Abschnitte 8.3, Theoreme 8.2–8.3]
- (9) Schauder'scher Fixpunktsatz, der Satz von Arzela-Ascoli und der Satz von Peano [FG95, Theoreme 7.30 und 7.33], [Beh04, Satz 5.3.8]
- (10) Lösbarkeit einer Klasse von nicht-linearen elliptischen Differentialgleichungen [FG95, Lemma 3.39]

Literatur

- [Beh04] E. Behrends. *Analysis 2*. Vieweg und Teubner Verlag, 2004.
- [Dei85] K. Deimling. *Nonlinear Functional Analysis*. Springer, 1985.
- [FG95] I. Fonseca and W. Gangbo. *Degree Theory in Analysis and Applications*. Clarendon Press, 1995.