Universität Ulm

Dienstag, 12.01.2010

Prof. Dr. W. Arendt
Robin Nittka
Wintersemester 2009/10
Punktzahl: 10

Elemente der Topologie: Blatt 10

31. Sei X ein Hausdorff-Raum, der das erste Abzählbarkeitsaxiom erfüllt. Zeige, dass jede abzählbar kompakte Teilmenge von X folgenkompakt ist! (2)

32. Sei $(X, \mathscr{T}_1)$ ein kompakter Hausdorff-Raum und $\mathscr{T}_2$ eine weitere Hausdorff-Topologie auf X mit $\mathscr{T}_2 \subset \mathscr{T}_1$. Zeige, dass $\mathscr{T}_1 = \mathscr{T}_2$ gilt! (2)

33. Sei X ein Hausdorff-Raum. Zeige, dass die endliche Vereinigung kompakter Mengen kompakt ist! Stimmt die Aussage auch, wenn man „kompakt" durch „abzählbar kompakt" oder durch „folgenkompakt" ersetzt? (2)

34. Sei $(J, \preceq)$ eine gerichtete Menge, und seien A und B Teilmengen von J mit $J = A \cup B$. Zeige:

(a) Mindestens eine der Mengen A und B ist bezüglich $\preceq$ eine gerichtete Menge. (2)

(b) Sei $(x_\iota)_{\iota \in J}$ ein Netz mit Werten in einem Hausdorff-Raum X und $x \in X$. Falls $(A, \preceq)$ gerichtet ist, konvergiere $(x_\iota)_{\iota \in A}$ gegen x. Falls $(B, \preceq)$ gerichtet ist, konvergiere $(x_\iota)_{\iota \in B}$ gegen x. Dann konvergiert $(x_\iota)_{\iota \in J}$ gegen x. (2)