Universität Ulm

Besprechung: Donnerstag, 05.06.14
Gesamtpunktzahl: 12

Prof. Dr. Wolfgang Arendt
Dr. Manfred Sauter
Sommersemester 2014

Übungen Partielle Differentialgleichungen: Blatt 6

> There are no solved problems; there are only problems that are more or less solved.
>
> — Henri Poincaré (1854–1912)

1. Sei $\Omega \subset \mathbb{R}^d$ offen und beschränkt. Sei $z_0 \in \partial\Omega$ und $b \in C(\overline{\Omega \cap B})$ eine lokale Barriere in z_0, wobei $B = B(z_0, r)$. Zeige, dass es eine Barriere in z_0 gibt. (4)

2. Sei $\Omega = \mathbb{D} \setminus \{0\}$ die punktierte offene Einheitskreisscheibe in $\mathbb{R}^2$. (4)

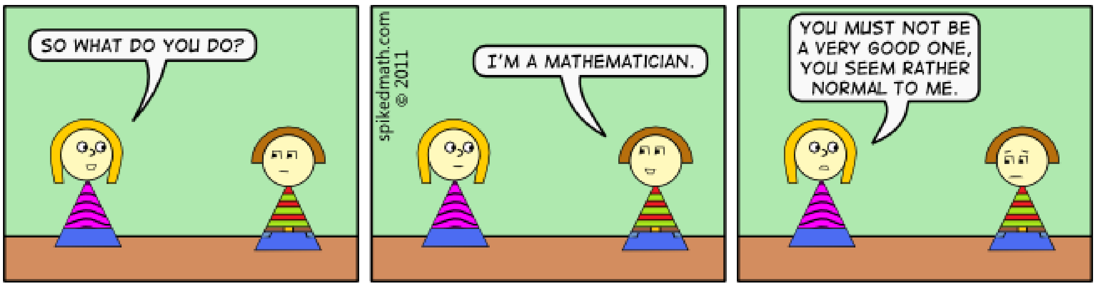
(a) Bestimme eine Barriere in $z_0 = (1, 0)$.

(b) Sei $g \in C(\partial\Omega)$. Bestimme die Perronlösung $u(g)$. Ist $u(g)$ stetig auf den Rand fortsetzbar?

3. Sei $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ offen und beschränkt. Wir sagen, dass Ω die äußere Segmenteigenschaft hat, wenn für alle $z_0 \in \partial\Omega$ ein $x_0 \in \mathbb{R}^2 \setminus \{z_0\}$ existiert mit $\lambda x_0 + (1-\lambda) z_0 \in \Omega^{\mathrm{c}}$ für alle $\lambda \in [0, 1]$. Zeige, wenn Ω die äußere Segmenteigenschaft hat, dann ist Ω Dirichlet regulär. (4)

Hinweis: Falls $z_0 = (0, 0)$ und $x_0 = (-r, 0)$ mit $r > 0$, dann betrachte

$$b(r, \theta) := \frac{-\log(r)}{\theta^2 + (\log(r))^2}.$$



http://spikedmath.com/380.html