|3| (c) Sei $\mathcal{H}^d(A)>0$ und f L-Lip.

$Q_{\cdot} = [0,1]^d$, $\quad Q = \bigcup_{k=1}^{m^d} Q_k$, $\quad Q_k$ hat Seitenlänge $\frac{1}{m}$

diam $Q_k = \frac{\sqrt{d}}{m}$

diam $(\mathrm{gr}\, f|_{A\cap Q_k}) \le L \cdot \mathrm{diam}\, Q_k \le L \frac{\sqrt{d}}{m} =: \delta$

$$\mathcal{H}^d_\delta(\mathrm{gr}\, f|_{A\cap Q}) \le \frac{\alpha(d)}{2^d} \cdot m^d \cdot \left(\frac{L\cdot\sqrt{d}}{m}\right)^d = C(d,L) < \infty$$

$\overset{m\to 0}{\Rightarrow}$ $\overset{\delta \to 0}{\Rightarrow}$ $\mathcal{H}^d(\mathrm{gr}\, f|_{A\cap Q}) \le C < \infty$

Also $\mathcal{H}^{d+\varepsilon}(\mathrm{gr}\, f|_A) = 0 \quad \forall \varepsilon > 0$

$\Rightarrow \dim_{\mathcal{H}}(\mathrm{gr}\, f|_A) \le d$. und $\ge d$ wegen (b). □

|4|* K kompakt. $\quad V := \{v\}^\perp$, P orth. Projektion auf V

1) Sei $R > 0$: $K \subset B(0,R)$

$\Rightarrow \mathcal{H}^1(K \cap L_b^v) \le 2R \quad \forall b$

$\Rightarrow S_v(K)$ ist beschränkt, $S_v(K) \subset B(0,R)$

2) Sei nun (x_n) Folge in $S_v(K)$: $x_n \to x$

$\forall n \in \mathbb{N}$

Es gilt $d(x_n, V) \le \frac{1}{2} \mathcal{H}^1(K \cap L^v_{Px_n})$

$\Rightarrow \lim_{n\to\infty} d(x_n, V) = d(x,V) \le \frac{1}{2} \liminf_{n\to\infty} \mathcal{H}^1(K \cap L^v_{Px_n})$

Wir setzen $A := K \cap L^v_{Px} - Px$

$A_n := K \cap L^v_{Px_n} - Px_n$

(*) g.z.z: $\limsup_{n\to\infty} \mathcal{H}^1(A_n) \le \mathcal{H}^1(A)$,

denn dann $d(x,V) \le \frac{1}{2} \limsup \mathcal{H}^1(A_n) \le \frac{1}{2} \mathcal{H}^1(A)$

$= \frac{1}{2} \mathcal{H}^1(K \cap L^v_{Px})$

und damit $x \in S_v(K)$.

Beachte: $A, A_n \subset \{v \cdot t : |t| \le R\} \subset \mathbb{R}^d$, sind kompakt da offenbar abgeschlossen

Beh.$^{(i)}$: $M := \bigcap_{n=1}^{\infty} \overline{\bigcup_{k=n}^{\infty} A_k} \subset A$. Offenbar ist M kompakt.

Sei $y \in M \Rightarrow \exists\, y_n \in A_{k(n)}$: $k(n) \geq n$, $k(n) \geq k(n-1)$ und $\mathrm{dist}(y, y_n) < \frac{1}{n}$

Es folgt $K \ni y_n + P x_{k(n)} \longrightarrow y + Px \in K$.

Also $y \in A$.

Sei U rel. offen in $\mathrm{span}\{v\}$: $A \subset U$ und $\mathcal{H}^1(U) \leq \mathcal{H}^1(A) + \varepsilon$

$\varepsilon > 0$ bel.

Beh.(ii): $\exists\, n_0$: $A_k \subset U \;\; \forall k \geq n_0$.

Ann: $\exists\, (n_k) \uparrow$ in $\mathbb{N}$: $A_{n_k} \not\subset U$, d.h. $\exists\, z_{n_k} \in A_{n_k} \setminus U$

Nach TF: $z_{n_{k_\ell}} \to z$, $z \in \mathrm{span}\{v\} \setminus U$.

Aber: $z \in \overline{\bigcup_{k=n}^{\infty} A_k} \;\; \forall n$, also $z \in M \subset A \subset U$ ↯

$\Rightarrow \limsup_{n \to \infty} \mathcal{H}^1(A_n) \leq \mathcal{H}^1(U) \leq \mathcal{H}^1(A) + \varepsilon$

$\varepsilon > 0$ bel. $\Rightarrow$ Beh. $(*)$.

$\square$