

Angewandte Numerik 1

Sommersemester 2012

Übungsblatt 10 - Abgabe: 05.07.2012 nach der Vorlesung

Webseite zur Vorlesung:

<http://www.uni-ulm.de/mawi/mawi-numerik/lehre/sommersemester-2012/vorlesung-angewandte-numerik-1.html>

Aufgabe 1. (3 + 3 Punkte)

Gesucht ist eine Quadraturformel der Form

$$\hat{I}(f) := Af\left(\frac{1}{3}\right) + Bf(x_1)$$

zur Approximation von

$$\int_0^1 f(x) dx.$$

Bestimmen Sie die Werte A , B und x_1 .

- Bestimmen Sie die Gewichte A und B und den freien Knoten x_1 , so dass die Ordnung m der Formel möglichst gross wird.
- Vergleichen Sie für

$$\int_{-1}^2 e^x dx$$

die Ergebnisse der auf das Intervall $[-1, 2]$ transformierten Form \hat{I} mit den entsprechenden Werten der Trapezregel und der Mittelpunktsformel.

Aufgabe 2. (3 + 3 Punkte)

Der Fehler einer Quadraturformel $\hat{I}(f)$ ist definiert als

$$E(f) := \int_0^1 f(x) dx - \hat{I}(f)$$

- Zeigen Sie, dass der Fehler linear ist, d.h.

$$E(\lambda f + \mu g) = \lambda E(f) + \mu E(g), \quad \lambda, \mu \in \mathbb{R}.$$

Es gilt für die Addition von Funktionen

$$(f + g)(x) := f(x) + g(x)$$

und für die Multiplikation mit Skalaren

$$(\lambda \cdot f)(x) := \lambda \cdot f(x).$$

- Welche Fehlerordnung hat die folgende Quadraturformel?

$$\hat{I}(f) = \frac{3}{8}f\left(\frac{1}{6}\right) + \frac{2}{8}f\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{3}{8}f\left(\frac{5}{6}\right) \approx \int_0^1 f(x) dx$$