Universität Ulm
Inst. für Num. Math.

Prof. Dr. Dirk Lebiedz
Dipl.-Math. Jonas Unger

Angewandte Numerik 1

Sommersemester 2012

Übungsblatt 2 - Abgabe: 10.05.2012 nach der Vorlesung

Webseite zur Vorlesung:
`http://www.uni-ulm.de/mawi/mawi-numerik/lehre/sommersemester-2012/vorlesung-angewandte-numerik-1.html`

Aufgabe 1. (3 + 3 Punkte)

i) Sei $\mathbb{M}(b, m, r, R)$ die Menge der Maschinenzahlen und x_{MIN}, x_{MAX} die betragsmässig kleinste ($\neq 0$) bzw. grösste Zahl in $\mathbb{M}(b, m, r, R)$. Zeigen Sie, dass gilt:

$$x_{\text{MIN}} = b^{r-1}$$
$$x_{\text{MAX}} = \left(1 - b^{-m}\right) b^R$$

Bestimmen Sie mit Hilfe hiervon die obere und untere Schranke x_{MIN} und x_{MAX} für die endlichen Mengen $\mathbb{M}(10, 4, -15, 16)$ und $\mathbb{M}(2, 4, -15, 16)$.

ii) Zeigen Sie folgende Abschätzung:

$$|\text{fl}(x) - x| \leq \frac{b^{-m}}{2} b^e$$

Aufgabe 2. (2 Punkte)

Zeigen Sie anhand eines Beispiels, dass das Distributivgesetz für die Pseudoarithmetik (Gleitpunktoperationen) nicht mehr gültig ist.

Aufgabe 3. (4 Punkte)

Banker's Rule: Voraussetzung: b gerade, $\frac{b}{2}$ ungerade; O.B.d.A. sei $b^{-1} \leq x < 1$ (sonst entsprechend normalisieren).

- Die erste Nachkommastelle ist $\neq 0$
- Mantissenlänge m

Falls $d_{m+1} \neq \frac{b}{2}$ stimmt die Banker's Rule mit „Standard-Rundung“ überein, ansonsten setzt man

$$\mathrm{fl}(x) := b^{-m} \lfloor b^m x \pm \frac{1}{2} \rfloor$$

wobei $\pm$ so gewählt wird, dass $\lfloor b^m x \pm \frac{1}{2} \rfloor$ gerade ist. ($\lfloor x \rfloor := \max\{j \in \mathbb{Z} : j \leq x\}$)

Sei $b = 10,\ m = 3,\ x = 2.445$. Runden Sie einerseits dreimal hintereinander mit der *Standard-Rundung* und andererseits dreimal hintereinander mit der *Banker's Rule*. Welcher absoluter bzw. relativer Rundungsfehler entsteht jeweils?

Aufgabe 4. Programmieraufgabe (4 Punkte)

Schreiben Sie ein Matlab-Skript, dass die (relative) Maschinengenauigkeit *eps* genau bestimmst. Vergleichen Sie ihr Ergebnis `EPS` mit der in Matlab definierten Konstante `eps`. Beachten Sie hierbei, dass folgendes gilt:

$$eps = \inf\{\delta > 0; \mathrm{fl}(1 + \delta) > 1\}.$$

D.h. *eps* ist die kleinste positive Zahl, für die $1 + eps \neq 1$ gilt.