Universität Ulm
Inst. für Num. Math.

Prof. Dr. Dirk Lebiedz
Dipl.-Math. Jonas Unger

Angewandte Numerik 1

Sommersemester 2012

Übungsblatt 3 - Abgabe: Bis Mittwoch, 16.05.2012, 16 Uhr im Zimmer 1.04, Helmholtzstr. 20

Webseite zur Vorlesung:
`http://www.uni-ulm.de/mawi/mawi-numerik/lehre/sommersemester-2012/vorlesung-angewandte-numerik-1.html`

Aufgabe 1. (3 + 3 Punkte)

a) Berechnen Sie per Hand die LR-Zerlegung der Matrix $A = \begin{pmatrix} 6 & -4 & 7 \\ -12 & 5 & -12 \\ 18 & 0 & 22 \end{pmatrix}$.

b) Lösen Sie damit durch Vorwärts- bzw. Rückwärtseinsetzen das Gleichungssystem $Ax = b$ mit

$$b = \begin{pmatrix} \frac{41}{12} & \frac{-22}{3} & \frac{29}{2} \end{pmatrix}^T.$$

Verwenden Sie bei der Rechnung ausschliesslich Brüche und keine Dezimalzahlen.

Aufgabe 2. (5 Punkte)

Gegeben sei die Tridiagonalmatrix

$$A = \begin{pmatrix} a_1 & c_1 & & & \\ b_1 & a_2 & c_2 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & b_{n-2} & a_{n-1} & c_{n-1} \\ & & & b_{n-1} & a_n \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{n\times n}$$

Leiten Sie für den Fall, dass die LR-Zerlegung

$$A = LR, \quad L = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ d_1 & 1 & & \\ & \ddots & \ddots & \\ & & d_{n-1} & 1 \end{pmatrix}, \quad R = \begin{pmatrix} e_1 & f_1 & & & \\ & e_2 & f_2 & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & e_{n-1} & f_{n-1} \\ & & & & e_n \end{pmatrix},$$

existiert, Rekursionsformeln für d_j, e_j und f_j her. Welchen Aufwand hat die Berechnung der LR-Zerlegung mittels dieser Rekursion?

Aufgabe 3. Programmieraufgabe (4 + 4 Punkte)

a) Schreiben Sie eine Matlab-Funktion `[L,R] = lr(A)` zur Berechnung der LR-Zerlegung von A. Formen Sie hierbei die Matrix A schrittweise um und verwenden Sie das untere Dreieck von A, welches sich mit der Zeit mit Nullen füllt, die Sie überschreiben können, um die l_{ik} zu speichern. Geben Sie am Ende die Matrizen L und R aus. Ist die LR-Zerlegung ohne Pivotsuche nicht möglich, soll das Programm eine Fehlermeldung ausgeben.

b) Lösen Sie mit Ihrer Routine `lr` das Gleichungssystem $Ax = b$ aus Aufgabe 1 numerisch mittels Vorwärts- und Rückwärtseinsetzen. Schreiben Sie hierzu eine Funktion `x = solve(L,R,b)`.