

Angewandte Numerik 1

Sommersemester 2012

Übungsblatt 4 - Abgabe: 24.05.2012 nach der Vorlesung

Webseite zur Vorlesung:

<http://www.uni-ulm.de/mawi/mawi-numerik/lehre/sommersemester-2012/vorlesung-angewandte-numerik-1.html>

Aufgabe 1. (2 + 2 + 2 Punkte)

Berechnen Sie, falls dies möglich ist, für folgenden Matrizen die Cholesky-Zerlegung per Hand:

$$\text{a) } A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \text{b) } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \text{c) } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 8 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Falls es nicht möglich ist, geben Sie an, warum. Die Begründung sollte durch eine kurze Rechnung gestützt sein.

Aufgabe 2. (4 Punkte)

Gegeben sei eine Matrix $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ mit $m \geq n$ und $\text{Rang } A = n$. Zeigen Sie, dass die QR -Zerlegung $A = QR$ unter der Normierungsbedingung $r_{ii} > 0, i = 1, \dots, n$ eindeutig bestimmt ist.

Hinweis: Nehmen Sie an, es gebe zwei Zerlegungen $A = Q_1 R_1$ und $A = Q_2 R_2$ und zeigen Sie, dass $R_1 = R_2$ und $Q_1 = Q_2$.

Aufgabe 3. Programmieraufgabe (5 Punkte)

Die Höhe des Wasserstandes in der Nordsee wird hauptsächlich durch die so genannte M_2 -Tide bestimmt, deren Periode ca. 12 Stunden beträgt. Die Höhe des Wasserstandes h kann daher durch die Funktion

$$h(t) = x_1 + x_2 \sin\left(\frac{2\pi t}{12}\right) + x_3 \cos\left(\frac{2\pi t}{12}\right)$$

beschrieben werden (t in Stunden). Zur Bestimmung von x_1, x_2, x_3 sind bei Helgoland folgende Messungen durchgeführt worden:

t_i	0	2	4	6	8	10	Std.
h_i	1.9	3.0	2.6	1.1	0.4	1.5	Meter

Formulieren Sie das Problem als lineares Ausgleichsproblem $\|Ax - b\|_2^2 \rightarrow \min!$. Lösen Sie dieses lineare Ausgleichsproblem mittels Matlab unter Verwendung der Normalengleichung. Fertigen Sie mit Matlab eine Skizze an, in der die Ausgleichsfunktion und die Messdaten eingezeichnet sind. Verwenden Sie die Matlab Hilfe, um sich mit der Funktion `plot` vertraut zu machen. Beschriften Sie die Achsen Ihrer Zeichnung.