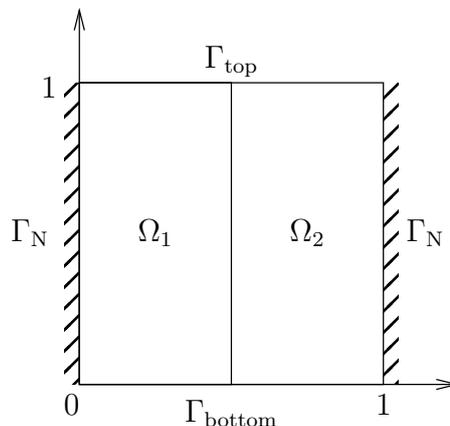


NumPDE II - Blatt 1

Wir betrachten einen Heizblock mit isolierten Wänden und Kühlung am oberen Ende:



Auf diesem Gebiet soll die folgende PDE gelöst werden:

$$\begin{cases} \nabla \cdot (-\mu \nabla u) = 0, & \text{in } \Omega, \\ n \cdot (\mu \nabla u) = 0, & \text{auf } \Gamma_N, \\ n \cdot (\mu \nabla u) = 1, & \text{auf } \Gamma_{\text{bottom}}, \\ u = 0, & \text{auf } \Gamma_{\text{top}}, \end{cases} \quad (1)$$

mit der Wärmeleitfähigkeit $\mu|_{\Omega_i} = \mu_i$, $i = 1, 2$, Parameterbereich $\mu_1 \in [0.01, 100]$ und der Normierung $\mu_2 = 1$.

Aufgabe 1 (Variationelle Formulierung)

Überlegen Sie sich, dass die schwache Formulierung von (1) folgendermaßen lautet: Bestimme $u \in X := \{v \in H^1(\Omega) : v|_{\Gamma_{\text{top}}} = 0\}$ mit

$$a(u, v; \mu_1) := \mu_1 \int_{\Omega_1} \nabla u \cdot \nabla v + \int_{\Omega_2} \nabla u \cdot \nabla v = \int_{\Gamma_{\text{bottom}}} v =: f(v), \quad v \in X. \quad (2)$$

Aufgabe 2 (Comsol mit GUI)

Benutzen Sie die grafische Oberfläche von *Comsol*, um (2) mit Hilfe der FEM zu lösen. Verwenden Sie lineare Lagrange-Elemente. Die Notation ist dabei die folgende:

Coefficient Form PDE

$$\begin{cases} e_a \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + d_a \frac{\partial u}{\partial t} + \nabla \cdot (-c \nabla u - \alpha u + \gamma) + \beta \cdot \nabla u + a u = f & \text{in } \Omega \\ \mathbf{n} \cdot (c \nabla u + \alpha u - \gamma) + q u = g - h^T \mu & \text{on } \partial \Omega \\ h u = r & \text{on } \partial \Omega \end{cases}$$

Aufgabe 3 (*Comsol mit Matlab*)

Exportieren Sie Ihre Lösung von Aufgabe 2 als m-file. Stellen Sie sicher, dass Ihr struct `fem` den Eintrag `solform = 'coefficient'` hat.

- a) Bearbeiten Sie das Skript so, dass Sie bei Aufruf eine Lösung mit Plot für einen neuen Wert des Parameters μ_1 erhalten.
- b) Laden Sie das Material von der Homepage¹ herunter. Ergänzen Sie das Skript `blatt1.m`, um das Problem mit vorassemblierten Matrizen zu lösen.

¹<http://www.uni-ulm.de/mawi/mawi-numerik/lehre/sommersemester-2012/vorlesung-numerik-partieller-differentialgleichungen-ii.html>