

Quadratic Outputs I

(D.B.P. Huynh, J. Peraire, A.T. Patera, G.R. Liu)

Projekt “NumPDE 2” SS 2012

Kurzbeschreibung

In der Vorlesung haben wir sowohl verträgliche als auch nicht-verträgliche Outputs betrachtet, uns dabei jedoch immer auf *lineare* Funktionale $s(\mu) = \ell(u(\mu))$ beschränkt. Für allgemeinere Outputs funktionieren insbesondere die primal-dualen Fehlerschätzer nicht mehr. Im Falle von quadratischen Outputs der Form $s(\mu) = c(u(\mu), u(\mu); \mu)$ mit einer Bilinearform $c : X \times X \times \mathcal{D} \rightarrow \mathbb{R}$ gibt es jedoch Resultate für rigorose Fehlerschranken.

In diesem ersten Ansatz für quadratische Outputs wird mit einem speziellen dualen Problem gearbeitet, welches sowohl von der exakten als auch von der reduzierten Lösung des primalen Problems abhängt. Mit dieser Formulierung erhalten wir wieder den üblichen quadratischen Effekt im Output-Fehlerschätzer.

Aufgabenstellung

1. Implementieren Sie die Methode aus [1] für das Heizblock-Beispiel aus den Übungen mit dem quadratischen Output

$$s(\mu) := (u(\mu), u(\mu))_{L_2(\Omega)}.$$

Verwenden Sie den Fehlerschätzer aus [2].

Hinweis: Gehen Sie von affinen Formen aus, d.h. $\delta_1 = \delta_2 = \zeta = 0$ in [2].

2. Fassen Sie Idee der Behandlung von quadratischen Outputs und die Ergebnisse aus 1. in eigenen Worten in einer kurzen Ausarbeitung (ca. 10-12 Seiten) zusammen.
3. Stellen Sie die Methode und Ihre Ergebnisse in einem kurzen Vortrag (15-20 min) vor.

Literatur

- [1] D.B.P. Huynh and J. Peraire and A.T. Patera and G.R. Liu. *Real-time reliable prediction of linear-elastic mode-I stress intensity factors for failure analysis*. Proc. of the 6th Singapore-MIT Alliance Annual Symposium, Singapore, 2006, Section III.
- [2] T. Tonn. *RBM for Non-Affine Elliptic Parameterized PDEs*. Dissertationsschrift, Univ. Ulm, 2011, pp. 119-125.