

Quadratic Outputs II

(D.B.P. Huynh, A.T. Patera)

Projekt “NumPDE 2” SS 2012

Kurzbeschreibung

In der Vorlesung haben wir sowohl verträgliche als auch nicht-verträgliche Outputs betrachtet, uns dabei jedoch immer auf *lineare* Funktionale $s(\mu) = \ell(u(\mu))$ beschränkt. Für allgemeinere Outputs funktionieren insbesondere die primal-dualen Fehlerschätzer nicht mehr. Im Falle von quadratischen Outputs der Form $s(\mu) = c(u(\mu), u(\mu); \mu)$ mit einer Bilinearform $c : X \times X \times \mathcal{D} \rightarrow \mathbb{R}$ gibt es jedoch Resultate für rigorose Fehlerschranken.

In Ansatz von Huynh und Patera (2007) wird ein koerzives elliptisches Problem mit quadratischem Output mittels einer adjungierten Gleichung in ein lineares System mit verträglichem Output umgeschrieben. Dabei erhält man zwar ein “aufgeblähtes” nicht-koerzives Problem der Dimension $2\mathcal{N}$, das nun aber lineare Output-Funktional erlaubt allerdings eine Anwendung der bekannten Fehlerschätzer.

Aufgabenstellung

1. Implementieren Sie die Methode aus [1] für das Heizblock-Beispiel aus den Übungen mit dem quadratischen Output

$$s(\mu) := (u(\mu), u(\mu))_{L_2(\Omega)}.$$

2. Fassen Sie Idee der Behandlung von quadratischen Outputs sowie Ihre Ergebnisse aus 1. in eigenen Worten in einer kurzen Ausarbeitung (ca. 10-12 Seiten) zusammen.
3. Stellen Sie Ihre Ergebnisse in einem kurzen Vortrag (15-20 min) vor.

Literatur

- [1] D.B.P. Huynh and A.T. Patera. *Reduced basis approximation and a posteriori error estimation for stress intensity factors*. Int. J. Numer. Meth. Engng., 72, pp. 1219-1259, 2007, Section 2.2.