Universität Ulm

Prof. Dr. Dirk Lebiedz
Jonas Unger

Optimierung mit Differenzialgleichungen

Sommersemester 2012

Übungsblatt 12 - Abgabe: 10.07.2012 (bis zur Übung)

Aufgabe 1.

Implementieren Sie in `MATLAB` einen QP-Löser mit Active-Set (Aktive Mengen) Strategie zur Lösung von quadratischen Optimierungsproblemen

$$\min_x \frac{1}{2} x^T Q x + c^T x$$

unter den Nebenbedingungen

$$\begin{aligned} Ax + a &= 0 \\ Bx + b &\geq 0. \end{aligned}$$

Schreiben Sie Ihren QP-Löser so allgemein, dass er sowohl unbeschränkte als auch gleichungs- und ungleichungsbeschränkte quadratische Optimierungsprobleme lösen kann.
Testen Sie ihr Programm, indem Sie die folgenden beiden Optimierungsprobleme lösen:

$$\max_{x,y} 14x - x^2 + 6y - y^2 + 7$$

unter

$$\begin{aligned} x + y &\leq 2 \\ x + 2y &\leq 3 \end{aligned}$$

$$\min_{x_1,x_2} (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 2.5)^2$$

unter

$$\begin{aligned} x_1 - 2x_2 + 2 &\geq 0 \\ -x_1 - 2x_2 + 6 &\geq 0 \\ -x_1 + 2x_2 + 2 &\geq 0 \\ x_1 &\geq 0 \\ x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

Aufgabe 2.

Implementieren Sie in `MATLAB` ein SQP-Verfahren zur Lösung von allgemeinen Optimierungsproblemen

$$\min_x f(x)$$

unter den Nebenbedingungen

$$\begin{aligned} g(x) &= 0 \\ h(x) &\geq 0, \end{aligned}$$

mit Hilfe ihres QP-Lösers aus Aufgabe 1. Falls nicht vorhanden, verwenden Sie die Funktion "quadprog" unter `MATLAB`. Implementieren Sie dazu ein iteratives Verfahren $x_{k+1} = x_k + \alpha \Delta x_k$, wobei Δx_k in jedem Schritt als Lösung des Subproblems (QP)

$$\min_{\Delta x} \frac{1}{2} \Delta x^T \nabla^2 f \Delta x + \nabla f^T \Delta x$$

unter den Nebenbedingungen

$$\begin{aligned} \nabla g^T \Delta x + g &= 0 \\ \nabla h^T \Delta x + h &\geq 0, \end{aligned}$$

erhalten wird. Testen Sie Ihr SQP-Verfahren, indem Sie folgendes Optimierungsproblem lösen:

$$\min_x 0.6224 x_1 x_3 x_4 + 1.7781 x_2 x_3^2 + 3.1661 x_1^2 x_4 + 19.84 x_1^2 x_3$$

unter den Nebenbedingungen

$$\begin{aligned} x_1 - 0.0193 x_3 &\geq 0 \\ x_2 - 0.00954 x_3 &\geq 0 \\ \pi x_3^2 x_4 + \frac{4}{3} \pi x_3^3 - 1296000 &\geq 0 \\ -x_4 + 240 &\geq 0. \end{aligned}$$

Verwenden Sie dabei die Startwerte $x_0 = (0.5, 0.1, 60, 100)^T$ und $\alpha = 0.1$.