

Optimierung mit Differenzialgleichungen

Sommersemester 2012

Übungsblatt 3 - Abgabe: 08.05.2012 (in der Übung)**Aufgabe 1. Steuerbarkeit für lineare autonome Prozesse (6 Punkte)**

- Untersuchen Sie die Steuerbarkeit des Differenzialgleichungssystems zum zeitoptimalen Auto (Beispiel 3.1 aus Kapitel 1 der Vorlesung).
- Untersuchen Sie die Steuerbarkeit des Differenzialgleichungssystems zur Laufkatze (Beispiel 3.2 aus Kapitel 1 der Vorlesung).
- Geben Sie ein einfaches lineares Differenzialgleichungssystem $x = Ax + Bu$ an, das nicht vollständig steuerbar ist. A soll dabei regulär sein.

Hinweis: Steuerbeschränkung beachten.**Aufgabe 2. Kalmanmatrix für Differenzialgleichung n -ter Ordnung (4 Punkte)**

Zeigen Sie, dass die Kalmanmatrix aus Beispiel 6.6 der Vorlesung vollen Rang hat.

Aufgabe 3. Steuerbarkeit für nichtautonome Systeme (4 Punkte)

Für das nichtautonome System

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u$$

definieren wir

$$B_{i+1}(t) := A(t)B_i(t) - \frac{d}{dt}B_i(t), \quad B_0 = B(t).$$

Es gilt:

Satz 1. Seien $A(t)$ und $B(t)$ analytisch, $U = \mathbb{R}^m$ und $t_0 \in [0, T]$ beliebig. Dann ist das obige System steuerbar, genau dann wenn

$$\text{Rang}[B_0(t_0), B_1(t_0), \dots, B_k(t_0)] = n$$

für ein $k \in \mathbb{N}$ gilt.

Sei nun

$$A(t) = \begin{pmatrix} t & 1 & 0 \\ 0 & t^3 & 0 \\ 0 & 0 & t^2 \end{pmatrix}, B(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Untersuchen Sie die Steuerbarkeit (unter den Voraussetzungen des Satzes).