

Optimierung mit Differenzialgleichungen

Sommersemester 2012

Übungsblatt 5 - Abgabe: 22.05.2012 (in der Übung)**Aufgabe 1. Ungedämpfter harmonischer Oszillator (8 Punkte)**

Gegeben sei folgendes lineares Optimalsteuerungsproblem:

$$\begin{aligned} & \min T \\ \text{s.t. } & \dot{x}_1 = x_2, \\ & \dot{x}_2 = -x_1 + u(t), \quad t \in [0, T] \\ & x(0) = x_0, \quad x(T) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ & u(t) \in [-1, 1]. \end{aligned}$$

Diskutieren Sie das Problem ausführlich mit Hilfe des Pontryaginschen Minimumprinzips analog zu Beispiel 7.7 der Vorlesung, skizzieren Sie auch die Schaltkurve in der (x_1, x_2) -Ebene. Bestimmen Sie die konkrete Lösung für den Startpunkt $x_0 = (3, 1)^T$ und skizzieren Sie die Trajektorien im Phasenraum.

Aufgabe 2. (5 Punkte)Diskutieren Sie die zeitoptimale Steuerung zum Nullpunkt $(0, 0)$ des folgenden Systems

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= u_1 + u_2, & x_1(0) &= x_1^0 \geq 0, \\ \dot{x}_2 &= u_1 - u_2, & x_2(0) &= x_2^0 \geq 0, \\ |u_i(t)| &\leq 1, & 0 \leq t &\leq T. \end{aligned}$$

Bestimmen Sie die Endzeit T und die adjungierten Variablen.**Hinweis:** Überlegen Sie, dass $u_1(t) \equiv -1$ gilt.