

## Angewandte Numerik 1

**Besprechung:** Dienstag, 06.05.2014 / Mittwoch, 07.05.2014

### Aufgabe 1 (Integer-Darstellung mit Festpunktzahlen, Zweierkomplement)

Ganze Zahlen (integer) werden auf Computern typischerweise als Festpunktzahlen mit  $l = 0$  Nachkommastellen zur Basis  $b = 2$  dargestellt ( $z_i \in \{0, 1\}$ ), d.h. als Dualzahlen

$$(\mathbf{z})_2 := (z_{n-1} \dots z_0)_2 = \sum_{k=0}^{n-1} z_k 2^k.$$

Negative Dezimalzahlen  $-(z)_{10}$  werden im Dualsystem als Zweierkomplement dargestellt. Hierbei werden keine zusätzlichen Symbole wie  $+$  und  $-$  benötigt. Die Zahl  $(\bar{z})_2$  ist das Komplement von  $(z)_2$ , wenn  $(z)_2 + (\bar{z})_2 = 0$  in der entsprechenden binären Arithmetik gilt. Füllen Sie die nachfolgende Tabelle ( $n = 3$ ) aus und geben Sie den mit  $n = 3$  darstellbaren Zahlenbereich an:

Betrag der Dezimaldarstellung $ (z)_{10} $	Dualdarstellung $(z)_2$	Zweierkomplement $(\bar{z})_2$	Berechnung
0	0 0 0		
1	0 0 1	1 1 1	110+001
2	0 1 0		
3	0 1 1		
4	1 0 0		

Berechnen Sie außerdem für  $n = 8$  (8 bit),  $n = 16$  (16 bit) und  $n = 32$  (32 bit) den darstellbaren Zahlenbereich.

### Aufgabe 2 (Auslöschung vermeiden)

- Machen Sie sich klar, was der Begriff Auslöschung bedeutet und erklären Sie diesen.
- Geben Sie bei den folgenden Ausdrücken an, wieso Auslöschung auftreten kann. Formen Sie sie dann in Darstellungen um, bei denen Auslöschung vermieden wird.

- a)  $\frac{1}{x - \sqrt{x^2 - 1}}$ ,  $x \gg 0$ ,
- b)  $\cos(x + \varepsilon) - \cos(x)$ ,  $|\varepsilon| \ll 1$ ,
- c)  $\ln(\sqrt{x+1}) - \sqrt{x} + \ln(2x) - \ln(2x+1)$ ,  $x \gg 1$ .

- Kann bei den folgenden Ausdrücken Auslöschung auftreten? Wenn ja, was sind die kritischen Werte von  $x$ ? Formen Sie die Ausdrücke wieder so um, dass Auslöschung vermieden wird.

- a)  $\frac{1 - \cos(x)}{\sin(x)}$ ,
- b)  $\sqrt[3]{1+x} - 1$ .