

## Angewandte Numerik 1

**Besprechung:** Dienstag, 13.05.2014 / Mittwoch, 14.05.2014

### Aufgabe 3 (Matrixnormen)

Sei

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}.$$

Berechnen Sie  $\|A\|_\infty$ ,  $\|A\|_1$  und  $\|A\|_2$ .

### Aufgabe 4 (Kondition, Stabilität)

Gesucht ist  $y = \varphi(x)$ , wobei

$$\varphi : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+, \quad \varphi(x) = 1 - \frac{x}{x+1}.$$

- a) Berechnen Sie die Konditionszahl  $k(x)$ . Ist das Problem gut konditioniert?  
b) Die Berechnung von  $\varphi(x)$  in obiger Form lässt sich direkt in den folgenden Algorithmus übersetzen:

1. Berechne  $a = x + 1$
2. Berechne  $a = x/a$
3. Berechne  $y = 1 - a$

Führen Sie für diesen Algorithmus eine Vorwärtsanalyse für den relativen Fehler  $\left| \frac{\tilde{\varphi}(x) - \varphi(x)}{\varphi(x)} \right|$  durch. Betrachten Sie dabei nur Fehler 1. Ordnung (d.h. quadratische Fehlerterme können ignoriert werden) und gehen Sie von exakten Eingabedaten aus. Ist der Algorithmus stabil? Welches Problem tritt hier auf?

### Aufgabe 5 (Cramer'sche Regel)

Entscheiden Sie, ob die folgenden linearen Gleichungssysteme

$$Ax = b$$

eindeutig lösbar sind und berechnen Sie gegebenenfalls die Lösung. Verwenden Sie hierzu die Cramer'sche Regel mit dem Laplace'schen Entwicklungssatz.

(a)

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -7 \\ -4 & 14 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

(b)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 2 & 12 & 16 \\ 2 & 11 & 17 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 4 \\ 16 \\ 8 \end{pmatrix}$$