

Angewandte Numerik 1

Besprechung: Dienstag, 20.05.2014 / Mittwoch, 21.05.2014

Hinweis: Bei diesem Blatt könnte an manchen Stellen die Verwendung von MATLAB sinnvoll sein. Falls Sie die Aufgaben mit Hilfe von MATLAB bearbeiten, stellen Sie im Tutorium bitte Ihren Lösungsweg mittels der verwendeten Befehle und der Ausgaben von MATLAB vor.

Aufgabe 6 (*LGS mit Dreiecksmatrix, Aufwand*)

Gegeben sei ein Gleichungssystem

$$Ax = b$$

mit regulärer oberer Dreiecksmatrix A . Machen Sie sich klar, was es bedeutet, dieses System durch Rückwärtseinsetzen zu lösen. Erläutern Sie hierbei auch detailliert, wie viele Gleitkommaoperationen (FLOPs) dafür benötigt werden.

Aufgabe 7 (*Auswahl eines Lösungsverfahrens*)

Gegeben seien die folgenden Gleichungssysteme:

$$a.) \quad \begin{pmatrix} 17 & 24 & 1 & 8 & 15 \\ 23 & 5 & 7 & 14 & 16 \\ 4 & 6 & 13 & 20 & 22 \\ 10 & 12 & 19 & 21 & 3 \\ 11 & 18 & 25 & 2 & 9 \end{pmatrix} x = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$b.) \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 7 & 9 \\ 3 & 7 & 26 & 15 \\ 4 & 9 & 15 & 30 \end{pmatrix} x = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$c.) \quad \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 & 2 \\ 0 & -3 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 3 & 6 \end{pmatrix} x = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 2 \\ 9 \end{pmatrix}$$

Wie würden Sie vorgehen, um die angegebenen Gleichungssysteme zu lösen? Welches Lösungsverfahren würden Sie jeweils auswählen? Begründen Sie!

Hinweis: Sie sollen hierbei das LGS nicht explizit lösen, sondern nur die Wahl Ihres Verfahrens begründen. Die Regularität der Matrizen, also die eindeutige Lösbarkeit von $Ax = b$, brauchen Sie ebenfalls nicht zu überprüfen.

Aufgabe 8 (*Konditionszahl*)

- a.) Erläutern Sie den Begriff der *Konditionszahl einer Matrix* A und erklären Sie, wodurch sich dieser motiviert.
- b.) Berechnen Sie die Konditionszahl bzgl. der Spaltensummennorm $\|\cdot\|_1$, der Spektralnorm $\|\cdot\|_2$ und der Zeilensummennorm $\|\cdot\|_\infty$ für die Matrix $B = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -6 & 4 \end{pmatrix}$.