Prof. Dr. Karsten Urban
Dipl.-Math. oec. Klaus Stolle
Institut für Numerische Mathematik
Universität Ulm

SoSe 2014
Zusatztutorium-Blatt 4
20.05.2014

Angewandte Numerik 1

Besprechung: Dienstag, 27.05.2014 / Mittwoch, 28.05.2014

Aufgabe 9 *(Gestörtes LGS)*

Wir betrachten das Gleichungssystem $Ax = b$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \qquad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix},$$

a.) Nehmen wir an, dass die Koeffizienten der Matrix A genau vorliegen. Wie groß darf der relative Fehler in der Maximumnorm $\|\cdot\|_\infty$ in der rechten Seite sein, damit der relative Fehler (in der Maximumnorm) in der Lösung kleiner als 10^{-2} ist?

b.) Wenn die Elemente von A mit relativer Genauigkeit von mindestens 10^{-3} gegeben werden. Ist es möglich, bei exakt vorgegebener rechter Seite b, eine Genauigkeit von 10^{-2} in der Lösung zu erreichen?

Aufgabe 10 *(Ausgleichsproblem)*

Gegeben seien die Daten $(t_0, f_0) = (0, -1)$, $(t_1, f_1) = (1, 0)$, $(t_2, f_2) = (2, 3)$ und $(t_3, f_3) = (3, 8)$. Wir suchen eine Parabel $p(t) = d_1 + d_2 t + d_3 t^2$ derart, dass die Summe der Fehlerquadrate

$$\sum_{i=0}^{3} \big(p(t_i) - f_i\big)^2$$

minimal wird. Bestimmen Sie die Koeffizienten d_1, d_2, d_3 auf die folgenden Weisen:

a.) Stellen Sie die Funktion $g(d_1, d_2, d_3) = \sum_{i=0}^{3}(p(t_i) - f_i)^2$ auf und berechnen Sie die Extremalstelle durch Betrachten von $\nabla g(d_1, d_2, d_3) = 0$.

b.) Stellen Sie die Normalengleichungen des Systems auf und lösen Sie diese.

Aufgabe 11 *(Ausgleichsproblem in der Chemie [1])*

In der Chemie beschreibt die *Arrhenius-Gleichung*

$$K = A \cdot \exp\left(-\frac{E}{RT}\right)$$

die Abhängigkeit der Reaktionsgeschwindigkeit K von der Temperatur T, wobei A ein präexponentieller Faktor, R die allgemeine Gaskonstante und E die Aktivierungsenergie ist. Mittels eines Experiments sind Werte (T_i, K_i) für $i \in \{1, \ldots, m\}$ gemessen worden. Die allgemeine Gaskonstante R ist bekannt; nun sollen über die Methode der kleinste Quadrate A und E bestimmt werden. Formulieren Sie dieses Problem als *lineares* Ausgleichsproblem. Geben Sie zugehörige Matrizen und Vektoren an.

[1] Diese Aufgabe ist entnommen aus P. Deuflhard und A. Hohmann, *Numerische Mathematik 1*, deGryter, 2002.