

Angewandte Numerik 1

Besprechung: Dienstag, 17.06.2014 / Mittwoch, 18.06.2014

Hinweis: Bei diesem Blatt könnte an manchen Stellen die Verwendung von MATLAB sinnvoll sein. Falls Sie die Aufgaben mit Hilfe von MATLAB bearbeiten, stellen Sie im Tutorium bitte Ihren Lösungsweg mittels der verwendeten Befehle und der Ausgaben von MATLAB vor.

Aufgabe 16 (*Banachscher Fixpunktsatz*)

Gesucht sei eine Lösung der Gleichung $f(x) = 0$. Auf dem letzten Übungsblatt haben wir bereits verschiedene Verfahren kennengelernt, um eine solche Nullstelle zu finden. Neben diesen Möglichkeiten gibt es noch die Fixpunktiteration, die auf dem Banach'schen Fixpunktsatz beruht.

- Wie lautet dieser Satz? Was ist die Hauptaussage dieses Satzes?
- Erklären Sie, wie sich mit Hilfe des Banach'schen Fixpunktsatzes Gleichungen lösen lassen.
- Um den Banach'schen Fixpunktsatz anwenden zu können, müssen bestimmte Voraussetzungen gegeben sein. Welche sind dies und wie lassen sich diese in der Praxis für den häufigen Fall $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ relativ einfach überprüfen?

Aufgabe 17 (*Fixpunktiteration*)

Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = x + \exp(x) - 2$$

Zeichnen Sie die Funktion. Diese Funktion besitzt eine Nullstelle im Intervall $[0.4, 0.5]$. Um diese Nullstelle zu berechnen, betrachten wir die beiden Fixpunktiterationen

$$x_{k+1} = \Phi_1(x_k), \quad x_0 \in [0.4, 0.5], \quad \Phi_1(x) = 2 - \exp(x)$$

und

$$x_{k+1} = \Phi_2(x_k), \quad x_0 \in [0.4, 0.5], \quad \Phi_2(x) = \ln(2 - x).$$

Sind diese Definitionen für eine Fixpunktiteration sinnvoll? Begründen Sie!

Aufgabe 18 (*Fixpunktiteration: MATLAB*)

Schreiben Sie eine MATLAB-Funktion, die die ersten 100 Schritte einer Fixpunktiteration mit den beiden in Aufgabe 17 gegebenen Funktionen $\Phi_1(x)$ und $\Phi_2(x)$ mit $x_0 = 0.45$ durchführt. Stellen Sie Ihre Funktion vor und plotten Sie die Ergebnisse. Was fällt Ihnen auf?