



Numerische Analysis - Übungsblatt 1

(Abgabe: Dienstag, 29. April 2014 **vor** der Übung)

Hinweise

- Bitte melden Sie sich für die Mailingliste¹ an.
- Bitte melden Sie sich im SLC² für die Vorlesung an.
- Bitte melden Sie sich **spätestens bis Freitag, 25.04.2014, 18:00 Uhr** im SLC für ein Tutorium an, sofern Sie eines besuchen wollen.
- Finden Sie sich in 4er Gruppen zusammen. Jeweils **einer** der Gruppe sollte eine Mail an `pascal.heiter@uni-ulm.de` schreiben mit dem Betreff

[NumAna]: Matlabtutorium

welche die Namen der Gruppenmitglieder und den gewünschten Matlabtutoriumstermin samt Tutor x , mit

$x \in \{\text{Katharina Schachmatov, Markus Schuster, Christoph Maier}\}$,

beinhaltet. Die möglichen Termine sind jeweils freitags ab 10:15 Uhr im 30 Minuten Takt.

- Abgabe der Übungsblätter nur **zu zweit**.
- Zulassungskriterium: 50% der Übungspunkte der Matlab- sowie der Theorieblätter.
- Auf jedem Übungsblatt wird es eine Aufgabe in Englisch und eine Aufgabe zum \LaTeX geben, welche nur dann Punkte gibt, wenn Sie geTeXt abgegeben wird.

Aufgabe 1 (*Nonlinear Equations*)

(8+8=16 Punkte)

- Show that the following nonlinear equation

$$\cos x = x$$

has a unique solution in $[0, \pi]$.

- Let $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ be continuous. Show that f has at least one fixpoint ξ in $[0, 1]$, i.e.

$$\exists \xi \in [0, 1] : f(\xi) = \xi.$$

¹<https://imap.uni-ulm.de/lists/info/num2-rose14>

²<https://slc.mathematik.uni-ulm.de/portal/catalog/details/term/SS2014/lecture/996>

Aufgabe 2 (Intervallschachtelung)

(10 Punkte)

Sei $I_0 = [0, 1]$. Eine Annäherung an einen Punkt $x \in I_0$ kann man mit Hilfe der Intervallschachtelung erreichen. Dazu definiert man $a_0 := 0, b_0 := 1$ und iterativ $I_n = [a_n, b_n]$ mit

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n & , \text{ falls } x \leq \frac{b_n+a_n}{2} \\ \frac{b_n+a_n}{2} & , \text{ falls } x > \frac{b_n+a_n}{2} \end{cases} \quad \text{sowie} \quad b_{n+1} = \begin{cases} \frac{b_n+a_n}{2} & , \text{ falls } x \leq \frac{b_n+a_n}{2} \\ b_n & , \text{ falls } x > \frac{b_n+a_n}{2} \end{cases}$$

Wie viele Schritte benötigt man maximal, um eine Genauigkeit von mindestens 10^{-8} zu erreichen? Bestimmen Sie $n \in \mathbb{N}$, sodass $|x - y| < 10^{-8}$ für alle $y \in I_n$ gilt.

Aufgabe 3 (Nullstellenbestimmung, L^AT_EX)

(14 Punkte)

Sei $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}^2$ mit

$$f(z) := \begin{pmatrix} \frac{1}{2}z^2 + z + 1 \\ \frac{1}{4}z^2 + z + 1 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie alle Nullstellen von f , also finden Sie $z \in \mathbb{C}$ mit

$$f(z) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$



Mehr Informationen zur Vorlesung und den Übungen finden Sie auf

<http://www.uni-ulm.de/mawi/mawi-numerik/lehre/sommersemester-2014/numana.html>