



Numerische Analysis - Übungsblatt 2

(Abgabe: Dienstag, 13. Mai 2014 vor der Übung)

Aufgabe 4 (Newton-Verfahren)

(5+5=10 Punkte)

- a) Lösen Sie das nichtlineare Gleichungssystem $x^2 = 5$ näherungsweise, indem Sie drei Newton Iterationen durchführen. Verwenden Sie als Startwert $x_0 = 1$.
- b) Sei $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ mit

$$f(x, y) = \begin{pmatrix} 2x^2y + 1 \\ 2x(1 + 2y^2) - 2 \end{pmatrix}.$$

Lösen Sie das System von nichtlinearen Gleichungen $f(x, y) = 0$ näherungsweise, indem Sie zwei Iterationen des mehrdimensionalen Newton-Verfahren durchführen. Verwenden Sie $x_0 = (1, 0)^T$ als Startwert.

Aufgabe 5 (Newton Method for Complex Functions)

(2+4+4=10 Punkte)

Consider the complex function $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ defined by $f(z) = z^3 - 1$.

- a) Formulate the (complex) Newton iteration for this case.
- b) Find a mapping $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, such that

$$F = \xi^{-1} \circ f \circ \xi$$

where $\xi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{C}$ with $\xi(x, y) = x + iy$.

- c) Formulate the Newton iteration corresponding to the function F and compare your results with a).

Aufgabe 6 (Satz von Gerschgorin, L^AT_EX)

(8+2=10 Punkte)

- a) Sei $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$. Zeigen Sie, dass

$$\sigma(A) \subset \bigcup_{i=1}^n D_i$$

gilt, wobei $\sigma(A)$ das Spektrum von A bezeichnet und

$$D_i := \{z \in \mathbb{C} : |z - a_{ii}| \leq \sum_{k=1, k \neq i}^n |a_{ik}|\}.$$

- b) Sei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & -2 & -\frac{1}{2} \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Skizzieren Sie D_1 , D_2 und D_3 und verifizieren Sie den Satz von Gerschgorin.

Aufgabe 7 (Nullstellenabschätzung für Polynome)

(10 Punkte)

Sei ein Polynom $p(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1x + a_0$ gegeben. Zeigen Sie, dass gilt

$$|x^*| \leq \max\{|a_0|, |a_1| + 1, |a_2| + 1, \dots, |a_{n-1}| + 1\}$$

für alle Nullstellen x^* von p .



Mehr Informationen zur Vorlesung und den Übungen finden Sie auf

<http://www.uni-ulm.de/mawi/mawi-numerik/lehre/sommersemester-2014/numana.html>