



Prof. Dr. Karsten Urban  
M.Sc. Mladjan Radic  
Institut für Numerische Mathematik  
Universität Ulm

Numerik IV  
SoSe 2014

## Übungsblatt 8

Besprechung 20.06.2014.

### Aufgabe 1 (Bestimmen der Konsistenzordnung)

(2+2 Punkte)

Bestimmen Sie die exakten Konsistenzordnungen der durch

$$(i) \quad y_{j+3} = y_{j+1} + \frac{h}{3} (7f(t_{j+2}, y_{j+2}) - 2f(t_{j+1}, y_{j+1}) + f(t_j, y_j)).$$

$$(ii) \quad y_{j+3} + \frac{1}{4}y_{j+2} - \frac{1}{2}y_{j+1} - \frac{3}{4}y_j = \frac{h}{8} (19f(t_{j+2}, y_{j+2}) + 5f(t_j, y_j)).$$

gegebenen Mehrschritt-Verfahren.

### Aufgabe 2 (Konstruktion von MSV)

(2+2 Punkte)

Bestimmen Sie die Koeffizienten  $b_0, b_1, b_2 \in \mathbb{R}$  des 2-Schritt Adams-Moulton-Verfahrens

$$y_{j+2} = y_{j+1} + h \sum_{k=0}^2 b_k f(t_{j+k}, y_{j+k})$$

(i) durch Betrachtung des zugrunde liegenden Interpolationsverfahrens,

(ii) mit Hilfe des linearen Gleichungssystems zur Bestimmung der Konsistenzordnung linearer MSV, um eine möglichst hohe Ordnung

### Aufgabe 3 (Adams-Bashforth-Verfahren)

(5 Punkte)

Programmieren Sie das Adams-Bashforth-Verfahren

$$y_{j+4} - y_{j+3} = \frac{h}{24} (55f(t_{j+3}, y_{j+3}) - 59f(t_{j+2}, y_{j+2}) + 37f(t_{j+1}, y_{j+1}) - 9f(t_j, y_j)).$$

Es ist klar, dass wir Startwerte  $y_1, y_2, y_3$  benötigen. Berechnen Sie diese mit Hilfe

1. den exakten Werten (falls möglich),
2. des expliziten Euler-Verfahrens,
3. des klassischen Runge-Kutta-Verfahrens 4. Ordnung.

Testen Sie Ihr Programm an folgendem Beispiel

$$\begin{aligned} y_1' &= y_2 - y_3, \\ y_2' &= -2y_1 + 3y_2 - y_3, \\ y_3' &= -y_1 + y_2 + y_3 \end{aligned}$$

mit der Anfangsbedingung  $y_1(0) = 1, y_2(0) = -1, y_3(0) = 2$ . Berechnen Sie analytisch die exakte Lösung. Testen Sie Ihr Programm an (mindestens 2!) weiteren geeigneten Beispielen! Achten Sie bei der Implementierung auf Effizienz! Achten Sie auf Übersichtlichkeit der Darstellung. Variieren Sie (sinnvoll!) die Schrittweiten und erstellen Sie einen geeigneten Fehlerplot.