



Numerik gewöhnlicher Differenzialgleichungen

Session 01 - Explizites und implizites Eulerverfahren

Hinweise

- Alle Aufgaben in den jeweiligen Session beziehen sich auch immer auf die Differentialgleichung(en) der persönlichen Projekt.
- Dokumentieren Sie alle numerischen Ergebnisse.

Aufgabe 1 (Stabilität von Einschrittverfahren)

Beweisen Sie Hilfssatz 5.17.12 auf Seite 93 im Skript.

Aufgabe 2 (Explizites Eulerverfahren)

- a) Implementieren Sie das explizite Eulerverfahren in MATLAB in einer Datei `explEuler.m` mit folgendem Funktionsaufruf

```
[y,t] = explEuler(f,ya,ta,te,N)
```

mit den Parametern

- `f` - die Funktion $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ als *function handle*
- `ya` - Anfangswert $y_0 \in \mathbb{R}^n$
- `ta` - Startzeitpunkt
- `te` - Endzeitpunkt
- `N` - Anzahl der Teilintervalle

Zurückgegeben werden sollen $y = (y_0, y_1, \dots, y_N)$ sowie $t = (t_0, t_1, \dots, t_N)$.

- b) Schreiben Sie ein Skript `testExplEuler.m`, um diese Methode an den folgenden Differentialgleichungen zu testen

$$\begin{aligned} (i) \quad \dot{y}(t) &= y(t) & , y(0) &= 1, \quad t_e = 1. \\ (ii) \quad \dot{y}_1(t) &= -y_1(t) & , y_1(0) &= 2 \\ \dot{y}_2(t) &= -\gamma y_2(t) + \frac{(\gamma - 1)y_1(t) + \gamma y_1^2(t)}{(1 + y_1(t))^2} & , y_2(0) &= 1.5, \quad t_e = 10. \end{aligned}$$

Variieren Sie jeweils $N \in [4, 256]$ sowie $\gamma \in [5, 50]$. Was fällt auf? Diskutieren Sie die numerischen Ergebnisse.

Aufgabe 3 (Implizites Eulerverfahren)

- a) Implementieren Sie das implizite Eulerverfahren in MATLAB in einer Datei `implEuler.m` unter Verwendung einer Fixpunktiteration mit folgendem Funktionsaufruf

```
[y,t] = implEuler(f,ya,ta,te,N)
```

mit den Parametern

- **f** - die Funktion $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ als *function handle*
- **ya** - Anfangswert $y_0 \in \mathbb{R}^n$
- **ta** - Startzeitpunkt
- **te** - Endzeitpunkt
- **N** - Anzahl der Teilintervalle

Zurückgegeben werden sollen $\mathbf{y} = (y_0, y_1, \dots, y_N)$ sowie $\mathbf{t} = (t_0, t_1, \dots, t_N)$.

- b) Schreiben Sie ein Skript `testImplEuler.m`, um diese Methode an den gleichen Differentialgleichungen wie in Aufgabe 2 b) zu testen. Variieren Sie jeweils $N \in [4, 256]$ sowie $\gamma \in [5, 50]$. Was fällt auf? Diskutieren Sie die numerischen Ergebnisse.

Aufgabe 4 (*Modellgleichungen*)

Studieren Sie die Modellgleichungen ihres Projektes und interpretieren Sie, wenn möglich, jeden Modellparameter und verwenden Sie die Verfahren um die Differentialgleichungen zu lösen. Sie dürfen eine konstante Steuerung innerhalb des zulässigen Steuerbereichs annehmen. Variieren Sie diese und beobachten Sie den Einfluss.