



Numerik gewöhnlicher Differenzialgleichungen

Session 5 - Direkte Verfahren

Wir haben in der Vorlesung gesehen, dass das Lösen von Optimalsteuerungsprobleme mittels indirekter Methode auf das Lösen eines Randwertproblems hinausläuft. Um dieses Randwertproblem herzuleiten, benötigt man allerdings die Kenntnis der optimalen Steuerfunktion. Die direkten Methoden umgehen dieses Problem, indem das Optimalsteuerungsproblem durch Diskretisierung auf ein nichtlineares finites Optimierungsproblem zurück geführt wird. Ziel dieser Session ist, Optimalsteuerungsprobleme numerisch mittels direkten Verfahren zu lösen. Dabei fokussieren wir uns auf zwei Verfahren:

1. Direkte Kollokation
2. Direktes Multiple-Shooting

Aufgabe 1 (*Theorie*)

- Studieren Sie Kapitel 6, insbesondere die Paragraphen 20 und 23, welche die direkte Kollokation und das direkte Multiple-Shooting beschreiben. Verstehen Sie dabei die Grundidee. Was sind die möglichen Vor- und Nachteile der einzelnen Verfahren? Was für Ableitungen werden jeweils benötigt?
- Im Folgenden wollen wir das Raketenwagenbeispiel diskutieren. Dabei ist es für die direkten Verfahren notwendig, das Optimalsteuerungsproblem auf ein Problem mit fixem Endzeitpunkt T zu transformieren. Studieren Sie Paragraph 10.2 und transformieren Sie das Problem aus Beispiel 7.7 auf ein Problem mit fixem Endzeitpunkt.

Aufgabe 2 (*Implementierung*)

a) Implementieren Sie

- die direkte Kollokation mittels expliziter Euler-Diskretisierung
- das direkte Multiple-Shooting Verfahren.

b) Testen Sie die verschiedene Verfahren am Beispiel des Raketenwagens (vgl. Beispiel 7.7 im Skript). Überlegen Sie sich geeignete Startwerte. Ist auch ein anderes Diskretisierungsschema bei der direkten Kollokation denkbar? Was passiert bei steifen Dynamiken? Diskutieren Sie die numerischen Ergebnisse mit Hinblick auf die Stärken und Schwächen der einzelnen Verfahren. Vergleichen Sie die Ergebnisse ebenfalls mit den Resultaten der indirekten Methode (vgl. S. 34ff).

Aufgabe 3 (*Modellgleichungen*)

Wenden Sie jeweils die direkte Kollokation und das direkte Multiple-Shooting an, um die Optimalsteuerungsprobleme ihres Projektes zu lösen.