



Numerische Analysis - Theorie-Blatt 5

(Abgabe am 23.06.2015 vor der Übung!)

Hinweise:

Siehe Theorie-Blatt 1/2.

Aufgabe 10 (Integration, L^AT_EX)

(10 Punkte)

Es gilt

$$\log(x^2 + 1) = \int_0^x \frac{2t}{t^2 + 1} dt.$$

Berechnen Sie hiermit $\log(5)$ näherungsweise

- (i) unter Verwendung der Trapezsummenregel mit 4 Teilintervallen und
- (ii) mit Hilfe der zusammengesetzten Simpson-Regel mit 2 Teilintervallen (d.h. zerlegen Sie das Intervall in zwei Teilintervalle und führen Sie auf jedem Intervall die Simpson-Regel durch).

Berechnen Sie für beide Methoden den relativen Fehler und vergleichen Sie beide Fehler. War das Ergebnis zu erwarten?

Aufgabe 11 (Newton-Cotes Gewichte)

(10 Punkte)

Bestimmen Sie die Gewichte ω_i der Newton-Cotes Formeln für die Knoten

$$x_0 = \frac{3a + b}{4}, \quad x_1 = \frac{2a + 2b}{4}, \quad x_2 = \frac{a + 3b}{4}.$$

Aufgabe 12 (Quadraturformel)

(10 Punkte)

Bestimmen Sie die Quadraturformel der Form

$$\int_0^\infty e^{-x} f(x) dx = \omega_1 f(x_1) + \omega_2 f(x_2), \tag{1}$$

mit $\omega_1, \omega_2 \in \mathbb{R}$ und $0 < x_1 < x_2$, die alle Polynome $p \in \mathbb{P}_3$ exakt integriert. Verwenden Sie $\omega_1 = \frac{2+\sqrt{2}}{4}$.
(Hinweis: Betrachten Sie (1) für $f(x) = x^k$, $k = 0, 1, 2$ und lösen Sie das resultierende Gleichungssystem.)