Prof. Dr. Stefan Funken
M.Sc. Andreas Bantle
Dipl.-Math. oec. Klaus Stolle

Universität Ulm
Institut für Numerische Mathematik
Sommersemester 2015

Numerische Analysis - Matlab-Blatt 2

(Besprechung in den MATLAB-Tutorien in KW 19/20)

Hinweise

(i) Bitte melden Sie sich im `SLC` unter
`https://slc.mathematik.uni-ulm.de/portal/catalog/details/term/WS2014/lecture/949`
für die Vorlesung an.

(ii) Abgabe der Übungsblätter nur **zu zweit**! (Bis auf max. eine Ausnahme ;))

(iii) Zulassungskriterium für die Klausur: 50% der Übungspunkte der MATLAB- sowie der Theorie-Blätter.

(iv) Auf jedem Theorie-Übungsblatt wird es eine auf Englisch gestellte Aufgabe sowie eine Aufgabe, die in LaTeX abgegeben werden muss, geben. Die auf Englisch gestellte Aufgabe kann auf Deutsch beantwortet werden, handschriftliche Lösungen der LaTeX- Aufgabe werden mit 0 Punkten bewertet!

(v) Außerdem müssen die '*.tex'-Dateien der LaTeX-Aufgabe per Email an **numerik2ss15@gmail.com** mit dem Betreff

Blatt_Blattnumer, Name1 Vorname1, Name2 Vorname2

gesendet werden (Nachnamen alphabetisch sortiert!), also z.B für das erste Theorieblatt von Max Maier und Steffen Schneider:

Blatt_01, Maier Max, Schneider Steffen

Aufgabe 2 *(Newton Verfahren)* (10 Punkte)

Gegeben sei die vektorwertige Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2, \quad f(x) = \begin{pmatrix} x_1^2 + x_2^2 + 0.6x_2 - 0.16 \\ x_1^2 - x_2^2 + x_1 - 1.6x_2 - 0.14 \end{pmatrix}.$$

(i) Implementieren Sie das Newtonverfahren in MATLAB.

- Zur Auswertung der Funktion f schreiben Sie eine MATLAB-Funktion `f.m` die wiefolgt augerufen wird

  `function [y, dy] = f(x),`

  wobei x, y Spaltenvektoren sind und dy die Jacobimatrix an der Stelle x ist.
- Als Abbruchkriterium benutzen Sie $\|d\|_2 < \texttt{tol}$, mit Newtonrichtung d und Toleranz $\texttt{tol} = 10^{-10}$.

(ii) Bestimmen Sie die Lösung x von $f(x) = 0$ für den Startwert $x^{(0)} = (0.6, 0.25)^T$.
Geben Sie in jeder Iteration folgende Größen aus

$x^{(k)}$:	aktuelle Iterierte;
$d^{(k)}$, $\|\|d^{(k)}\|\|_2$:	aktuelle Newtonrichtung mit euklidische Norm;
$e^{(k)} := \|\|x^{(k)} - x\|\|_2$:	Abstand der aktuellen Iterierten von der Lösung x.

(iii) Plotten Sie den Fehler $e^{(k)}$ für jeden Iterationsschritt (Semilogarithmisch).

Aufgabe 3 *(Rosenbrock-Funktion)* (10 Punkte)

Gegeben sei die sogenannte Rosenbrock-Funktion

$$g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad g(x) = 100(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2.$$

(i) Zeichnen Sie die Niveaulinien im Gebiet $[-1.5, 1.5] \times [-1, 2]$.
(**Tipp:** Suchen Sie in der MATLAB-Hilfe die Funktion `contour`).

(ii) Lösen Sie das Minimierungsproblem $g(x) \to \min_x$, indem Sie mit Hilfe des Newtonverfahrens die Nullstelle von $0 = f(x) := \nabla g(x)$ bestimmen.

- Gehen Sie dabei vor wie in Aufgabe 2 (i) mit $x^{(0)} = (-1, 1)^T$.
- Plotten Sie die Iterierten $x^{(k)}$, $k = 0, 1, \ldots$ in den unter (i) erzeugten Graphen.