
Lernziele

In diesem Praktikum sollen Sie üben und lernen:

- Gauß-Newton Verfahren zur Kreisinterpolation
 - Graphische Veranschaulichung von numerischen Verfahren
-

Praktikumsaufgabe 1 - Gauß-Newton Verfahren

Gegeben sei die Punktwolke (x_i, y_i) , $i = 1, \dots, n$. Geht man davon aus, dass alle Punkte näherungsweise auf einem Kreis mit Mittelpunkt (m_1, m_2) und Radius $r > 0$ liegen, so müsste

$$\sqrt{(x_i - m_1)^2 + (y_i - m_2)^2} \approx r, \quad i = 1, \dots, n$$

gelten. Die Aufgabe besteht darin den Mittelpunkt M und den Radius r so zu bestimmen, dass die Summe über die Quadrate der einzelnen Abstände

$$e_i = \sqrt{(x_i - m_1)^2 + (y_i - m_2)^2} - r, \quad i = 1, \dots, n$$

der Punkt (x_i, y_i) vom Kreis mit Mittelpunkt M und Radius r minimiert wird. Dieses Problem lässt sich wie folgt formulieren:

$$\frac{1}{2} \|e\|_2^2 \rightarrow \min \iff \frac{1}{2} F(m_1, m_2, r)^T F(m_1, m_2, r) \rightarrow \min$$

mit $F(m_1, m_2, r) := (e_1, \dots, e_n)^T$. Geben Sie explizit die Jakobi-Matrix der Funktion F an. Das Gauss-Newton Verfahren zur Lösung dieses nicht-linearen Gleichungssystems lautet dann wie folgt:

INPUT: $x(1)$, F , dF

for $k=2, \dots, \text{maxit}$

 Bestimme Korrekturterm sk mit

$$dF' * dF \quad sk = -dF * F$$

 Addiere Korrekturterm auf

$$x(k) = x(k-1) + sk$$

end

Falls $\|sk\| < tol$ für eine gegebene Toleranz gilt, wird das Verfahren abgebrochen. Vervollständigen Sie das Skript `GaussNewtonKreis.m`, das auf der Homepage zum Download bereit steht.