Prof. Dr. Karsten Urban
Dipl.-Math. oec. Klaus Stolle
Institut für Numerische Mathematik
Universität Ulm

SoSe 2017
Blatt 01
21.04.2017

# Angewandte Numerik 1

**Besprechung** in den Tutorien in der Woche vom 01.05.2017 bis 05.05.2017

Für dieses Übungsblatt gibt es 14 Theorie- und 16 Matlab-Punkte, sowie 5 Theorie- und 9 Matlab-Zusatzpunkte. Punkte, die mit einem * gekennzeichnet sind, sind Zusatzpunkte.
Die 60-Prozent-Grenzen liegen aktuell (inklusive Blatt 01) bei 8,4 Theoriepunkten und 9,6 Matlabpunkten.

**Aufgabe 0** *(*Organisatorisches) (1T*+1T*+1T* Punkte)

a) Bitte melden Sie sich in `moodle` zur Vorlesung an.

b) Bitte geben Sie in `moodle` bis spätestens **Dienstag, 25.04.2017, 12:00 Uhr** Ihre Prioritäten für ein Tutorium an.

c) Bitte geben Sie, falls Sie für die *Angewandte Numerik I* 6 LP erhalten, in `moodle` bis spätestens **Donnerstag, 27.04.2017, 12:00 Uhr** Ihre Prioritäten für ein zusätzliches Pflicht-Tutorium an.

**Aufgabe 1** *(*Zahlendarstellung: Basiswechsel) (6T+2T Punkte)

a) Für die Anwendung von Bedeutung sind bei der Zahlendarstellung die Basen $b = 10$ (Dezimalzahlen), $b = 2$ (Binärzahlen), $b = 8$ (Oktalzahlen) und $b = 16$ (Hexadezimalzahlen). Bei Hexadezimalzahlen treten Ziffern mit Werten zwischen 0 und 15 auf. Damit alle Ziffern einstellig notiert werden können, werden die Ziffern mit den Werten 10 bis 15 durch die Buchstaben A bis F dargestellt.

Ergänzen Sie folgende Tabelle (geben Sie dabei alle Rechnungen an):

| Dezimal | Dual | Oktal | Hexadezimal |
|---|---|---|---|
| 30.125 | | | |
| | 11011.011111 | | |
| | | 75.21 | |
| | | | A.BC |

b) Welche Rechnungen sind aufwendig, welche nicht? Woran liegt das?

**Aufgabe 2** *(*Programmieraufgabe: Darstellung natürlicher Zahlen) (6M+1M Punkte)

Wir beschränken uns zunächst auf natürliche Zahlen $n \in \mathbb{N}$ und suchen deren Darstellung zu einer gegeben Basis $b \in \mathbb{N}, b \geq 2$. Gesucht sind also die Koeffizienten $a_k \in \{0, 1, ..., b-1\}$, $k = 0, ..., m$ der Darstellung $n = \sum_{k=0}^{m} a_k b^k$.

a) Schreiben Sie eine Matlab-Funktion `a = convert2basis(n, b)`, die für eine natürliche Zahl `n` und eine Basis `b` den Koeffizienten-Vektor `a` mit $a = (a_m, a_{m-1}, ..., a_1, a_0)$ berechnet.

b) Testen Sie die Funktion mit Hilfe des Skriptes `testConvert2basis.m`, welches auf der Homepage verfügbar ist.

**Aufgabe 3** *(*Programmieraufgabe: Wert einer Gleitpunkt-Darstellung) (8M+1M+8M*+1M* Punkte)

Zu einer gegebenen Basis $b \in \mathbb{N}, b \geq 2$ lässt sich eine positive reelle Zahl $x \in [b^{-b^n}, b^{b^n-1})$ eindeutig in der normalisierten Gleitpunkt-Darstellung

$$x = b^\ell \cdot f = b^{t \cdot \ell(\mathbf{v})} \cdot \sum_{j=1}^{\infty} d_j b^{-j} \qquad \text{mit} \qquad \ell(\mathbf{v}) = \sum_{j=0}^{n-1} v_j b^j,$$

mit $d_1 \neq 0$ und $d_j < b - 1$ für unendlich viele $j$ darstellen.
In dieser Aufgabe beschränken wir uns auf positive reelle Zahlen $x$, die sich zur gegebenen Basis $b$ mit endlicher Mantissenlänge $m$ darstellen lassen.

a) Schreiben Sie eine Matlab-Funktion `x = value(b, d, v, t)`, die für eine gegebene Gleitpunktdarstellung, also eine Basis $\texttt{b} \in \mathbb{N}$, $\texttt{b} \geq 2$, einen Zeilenvektor `d` der Koeffizienten der Mantisse, $\texttt{d} = (d_1, d_2, ..., d_m)$, einen Zeilenvektor `v` der Koeffizienten des Exponenten, $\texttt{v} = (v_{n-1}, ...v_1, v_0)$, sowie ein Vorzeichen `t` ($\texttt{t} \in \{-1, 1\}$), den Wert `x` der Gleitpunkt-Darstellung berechnet.

b) Testen Sie Ihre Funktion mit Hilfe des Skriptes `testValue.m`, welches auf der Homepage verfügbar ist.

c) Schreiben Sie eine Matlab-Funktion `[d, v, t] = flp(b, m, n, x)`, welche zu einer Basis $\texttt{b} \in \mathbb{N}, b \geq 2$, einer Mantissenlänge `m`, einer Exponetenlänge `n` und einer zu konvertierenden Zahl `x` deren normalisierte Gleitpunkt-Darstellung berechnet und `d`, `v` sowie `t` zurück liefert. Sie dürfen davon ausgehen, dass sich die zu konvertierende Zahl mit einer `m`-stelligen Mantisse und einem `n`-stelligen Exponent ohne Rundung darstellen lässt.

   Der Aufruf `[d, v, t] = flp(2, 3, 3, 0.0625)` sollte also die Werte `d = [1, 0, 0]`, `v = [0, 1, 1]` und `t = -1` zurück liefern.

d) Testen Sie Ihre Funktion mit Hilfe des Skriptes `testFlp.m`, welches auf der Homepage verfügbar ist.

**Aufgabe 4** *(*Maschinenzahlen) (4T+2T+2T* Punkte)

a) Betrachten Sie die Zahlen $a = \frac{7}{8}$, $b = -\frac{6}{8}$, $c = \frac{3}{32}$ und $d = \frac{9}{32}$. Geben Sie die normalisierte Gleitpunkt-Darstellung dieser Zahlen zur Basis 2 an. Welche dieser vier Zahlen sind in $\mathbb{M}(2, 3, 2)$?

b) Geben Sie die Menge $\mathbb{M}(2, 2, 1)$ an.

c) Wie erhalten Sie aus $\mathbb{M}(2, 2, 1)$ die Menge $\mathbb{M}(2, 3, 1)$?

**Hinweise:**
Die Programmieraufgaben sind in Matlab zu erstellen. Der Source Code muss strukturiert und dokumentiert sein. Senden Sie **spätestens 24 Stunden vor Ihrem Tutorium** alle Matlab-Files und alle Ergebnisse in einer E-mail mit dem Betreff **Loesung-Blatt01** an **angewandte.numerik@uni-ulm.de**.