Prof. Dr. Stefan Funken
Kristina Steih
Institut für Numerische Mathematik
Universität Ulm

Numerik 1
WS 2011/12

Übungsblatt 1

(Abgabe Mittwoch, den 02.11.2011 um 14 Uhr **vor** den Übungen.)

Aufgabe 0 *(Organisatorisches)* (2 Punkte)

(a) Melden Sie sich im SLC für diese Vorlesung an.

(b) Finden Sie einen Kommilitonen, mit dem Sie die Übungsblätter gemeinsam abgeben.

(c) Tragen Sie sich für die Matlab Gruppen und die Tutorien ein (Eintragung möglich vom 21.10.2011, 10 Uhr bis 23.10.2011, 18 Uhr).

(d) Installieren Sie LaTeX auf Ihrem Computer oder stellen Sie sicher, dass Sie an einem Computer an der Uni die Möglichkeit haben, Dokumente mit LaTeX zu erzeugen. (Siehe Anleitung und Einführung auf der Homepage)

Aufgabe 1 *($\mathcal{O}$-Notation, Landau Symbolik)* (12 Punkte)

Es sei (a_n) eine reellwertige Folge. Dann definiert man

$$\mathcal{O}\big((a_n)\big) = \{(b_n) \text{ reellwertige Folge} : \exists\, C > 0,\, n_0 \in \mathbb{N} \text{ mit } |b_n| \leq C \cdot |a_n| \;\forall\, n \geq n_0\}\,.$$

Man schreibt für $(b_n) \in \mathcal{O}\big((a_n)\big)$ auch etwas salopp $b_n = \mathcal{O}\big(a_n\big)$. Zeigen Sie für reellwertige Folgen $(a_n), (b_n)$ folgende Eigenschaften:

(a) $a_n = \mathcal{O}(a_n)$

(b) $a_n = c \cdot \mathcal{O}(b_n), c \in \mathbb{R} \;\Rightarrow\; a_n = \mathcal{O}(b_n)$

(c) $b_n = \mathcal{O}(a_n) \iff \mathcal{O}(b_n) \subset \mathcal{O}(a_n)$

(d) $c_n = \mathcal{O}(b_n)$, $b_n = \mathcal{O}(a_n) \Rightarrow c_n = \mathcal{O}(a_n)$

(e) $a_n + b_n = \mathcal{O}(\max(|a_n|, |b_n|))$

(f) $a_n \cdot b_n = \mathcal{O}(a_n \cdot b_n)$

Aufgabe 2 *(Aufwand)* (12 Punkte)

Berechnen Sie den Aufwand für folgende Operationen. Geben Sie dabei sowohl die genaue Anzahl der Rechenoperationen als auch für die Teile b) und c) den Aufwand in der $\mathcal{O}$-Notation an.

(a) $A \cdot B$, wobei $A \in \mathbb{R}^{n\times m}, B \in \mathbb{R}^{m\times k}$.

(b) $R \cdot S$, wobei $R, S \in \mathbb{R}^{n\times n}$ rechte obere Dreiecksmatrizen sind.

(c) $A \cdot x$, wobei $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ eine Tridiagonalmatrix und $x \in \mathbb{R}^n$ sind.

Aufgabe 3 *(Linear Systems)* (4 + 8 Punkte)

Solve the following linear systems $Ax = b$ using forward and backward substitution, respectively:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix},\; b = \begin{pmatrix} 10 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \qquad A = \begin{pmatrix} 8 & 2 & 5 \\ 0 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},\; b = \begin{pmatrix} 20 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Diese Aufgabe sollte in LaTeX abgegeben werden, dafür gibt es zwei Drittel der Punkte (also 8).