

Übungsblatt 3

(Abgabe Mittwoch, den 30.11.2011 um 14 Uhr **vor** den Übungen.)

Aufgabe 1 (LR-Zerlegung mit Spaltenpivotisierung)

(10 Punkte)

Bestimmen Sie mittels Spaltenpivotisierung die LR-Zerlegung der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 5 & 1 \\ 4 & 3 & 8 & 8 \\ -8 & -2 & -12 & 0 \\ 4 & -5 & -6 & -17 \end{pmatrix}.$$

und geben Sie die Matrizen L , R und P mit $PA = LR$ an.

Aufgabe 2 (Cholesky decomposition)

(10 Punkte)

For each of the following matrices, compute the Cholesky decomposition, if possible. If it is not possible, explain why the Cholesky decomposition does not exist (backed up by a short calculation if necessary).

$$\begin{array}{ll} a) A = \begin{pmatrix} 1 & 20 & 3 & 8 \\ 20 & 30 & -5 & 14 \\ -3 & 5 & 10 & -2 \\ 8 & 14 & -2 & 9 \end{pmatrix} & b) A = \begin{pmatrix} 9 & 12 & 0 & 0 \\ 12 & 20 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 5 & 1 \end{pmatrix} \\ c) A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -3 & 2 \\ 4 & 20 & -10 & 16 \\ -3 & -10 & 14 & -4 \\ 2 & 16 & -4 & 30 \end{pmatrix} & d) A = \begin{pmatrix} 8 & 4 & 12 & -8 \\ 4 & -2 & 2 & -10 \\ 12 & 2 & 13 & -18.5 \\ -8 & -10 & -18.5 & 0.75 \end{pmatrix} \end{array}$$

This exercise has to be written in L^AT_EX.

Aufgabe 3 (Zahlendarstellung - Fakultäts-System)

(12 Punkte)

Die sogenannte F -Darstellung einer reellen Zahl x ist definiert durch

$$x = \sum_{i=1}^r a_i \cdot i! + \sum_{j=1}^s b_j \frac{1}{(j+1)!}.$$

Dieses Fakultäts-basierte Zahlensystem wird vor allem in der Kombinatorik verwendet, um Permutationen darzustellen. Es hat aber auch die Eigenschaft, dass für rationale Zahlen die Reihe tatsächlich abbricht (also $s < \infty$), während dies für irrationale Zahlen nicht der Fall ist.

- Schreiben Sie als Pseudocode auf, wie eine Addition zweier rationaler Zahlen in der F -Darstellung realisiert werden kann. Berechnen Sie zudem die Summe von $x = (220.01)_F$ und $y = (211.02)_F$.
- Wie funktioniert die Umwandlung einer Zahl $(a_r \dots a_1.b_1 \dots b_s)_F$ in F -Darstellung in eine Dezimalzahl und umgekehrt?
- Welche Dezimalzahl wird durch $x = (12321.012)_F$ dargestellt? Und was ist dann $x = 33.75$ in der F -Darstellung?

Aufgabe 4 (Zahlendarstellung - Basiswechsel)

(6 Punkte)

Ergänzen Sie folgende Tabelle mit den jeweiligen Darstellungen der Zahlen in den Basen $b = 10$, $b = 2$, $b = 8$ und $b = 16$. Geben Sie dabei alle Ihre Rechnungen an.

Dezimal	Dual	Oktal	Hexadezimal
25.125		77.15	A.B

Hinweis: Im Hexadezimalsystem werden die Zahlen 10, ..., 15 durch die Buchstaben A, ..., F dargestellt.