

Übungen 9 zur Modellierung und Simulation III (WS 2012/13)

[http://www.uni-ulm.de/mawi/mawi-numerik/lehre/wintersemester-20122013/
vorlesung-modellierung-und-simulation-3.html](http://www.uni-ulm.de/mawi/mawi-numerik/lehre/wintersemester-20122013/vorlesung-modellierung-und-simulation-3.html)

Aufgabe 9.1 (Kurzversion von Aufgabe 8.2)

Hier noch einmal das Wesentliche von Aufgabe 8.2, bei der wir stehen geblieben waren:

Die FHN-Gleichungen sind gegeben durch

$$\begin{aligned} \dot{u} &= f(u) - v + I_a \\ \dot{v} &= \varepsilon(u - \gamma v + \delta) \\ f(u) &:= u(a - u)(u - 1) \end{aligned} \tag{1}$$

mit Spannung u und kombinierter Kraft v . Außerdem ist I_a eine Stromstärke, die von außen angelegt ist. Die Parameterwerte sind $\varepsilon = 0.01$, $\gamma = 0.5$, $\delta = 0$ und $a = -1$.

- (A) Nutzen Sie die MATLAB-Codes zu Blatt 7, um (1) numerisch zu lösen. Variieren Sie dabei die angelegte Stromstärke zwischen 0 und 1.
- (B) Plotten Sie ein Phasenportrait des Modells. Zeichnen Sie die Nullklinen und die Trajektorie aus (A) ein.
- (C) In der Diplomarbeit <http://www.siehr.net/publications/Siehr2007.pdf> behauptet der Autor auf S. 21, dass bei einem Wert von $I_a^H := 0.4763$ eine Hopf-Bifurkation auftritt. Überprüfen Sie diese Behauptung mit numerischen Experimenten.

Aufgabe 9.2 (FitzHugh–Nagumo-Modell, Fortsetzung)

Ändern Sie im Modell von Aufgabe 9.1 den Parameter δ auf $\delta = 0.5$. Und wählen Sie $I_a = 0$. Setzen Sie die Anfangswerte auf die Werte im Gleichgewicht. Variieren Sie die angelegte Spannung $I_a \in [0, 0.04]$ und simulieren Sie das System: In diesem Zustand heißt das System *erregbar*.

Aufgabe 9.3 (Lyapunov-Funktion)

Gegeben sei das System

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -2x - y^2 \\ \dot{y} &= -x^2 - y. \end{aligned} \tag{2}$$

Finden Sie eine Lyapunov-Funktion von (2) für den Fixpunkt im Ursprung.
