

Übungen 10 zur Modellierung und Simulation III (WS 2012/13)

[http://www.uni-ulm.de/mawi/mawi-numerik/lehre/wintersemester-20122013/
vorlesung-modellierung-und-simulation-3.html](http://www.uni-ulm.de/mawi/mawi-numerik/lehre/wintersemester-20122013/vorlesung-modellierung-und-simulation-3.html)

Aufgabe 10.1 (Immer noch FitzHugh–Nagumo-Modell)

Das Modell ist gegeben durch

$$\begin{aligned}\dot{u} &= f(u) - v + I_a \\ \dot{v} &= \varepsilon(u - \gamma v + \delta) \\ f(u) &:= u(a - u)(u - 1)\end{aligned}$$

mit Spannung u und kombinierter Kraft v . Außerdem ist I_a eine Stromstärke, die von außen angelegt ist. Die Parameterwerte sind $\varepsilon = 0.01$, $\gamma = 0.5$, $\delta = 0$ und $a = -1$.

Wir wiederholen Aufgabe 9.2:

Ändern Sie im Modell den Parameter δ auf $\delta = 0.5$, und wählen Sie $I_a = 0$. Setzen Sie die Anfangswerte auf die Werte im Gleichgewicht. Variieren Sie die angelegte Spannung $I_a \in [0, 0.04]$ und simulieren Sie das System: In diesem Zustand heißt das System *erregbar*. Das Aktionspotential von Nervenzellen kann so simuliert werden.

Aufgabe 10.2 (FitzHugh–Nagumo-Modell: Bifurkationsanalyse)

Wir wollen den Wert von I_a bestimmen, bei dem eine Hopf-Bifurkation auftritt. Dafür nutzen wir das Programm MatCont. Um das Programm zu nutzen, müssen Sie sich auf bart.mathematik.uni-ulm.de einloggen.

Öffnen Sie eine Shell, und wählen Sie eine Zahl $XX \in [01, \dots, 10]$. Loggen Sie sich auf bart ein, und ändern Sie das Passwort, damit Ihnen niemand in die Quere kommt.

```
> ssh -Y studentXX@bart.mathematik.uni-ulm.de
> passwd
```

Starten Sie einen vnc-Server und einen vnc-Viewer auf bart, wobei $YY := XX + 20$.

```
> vncstart
> vncviewer :YY
```

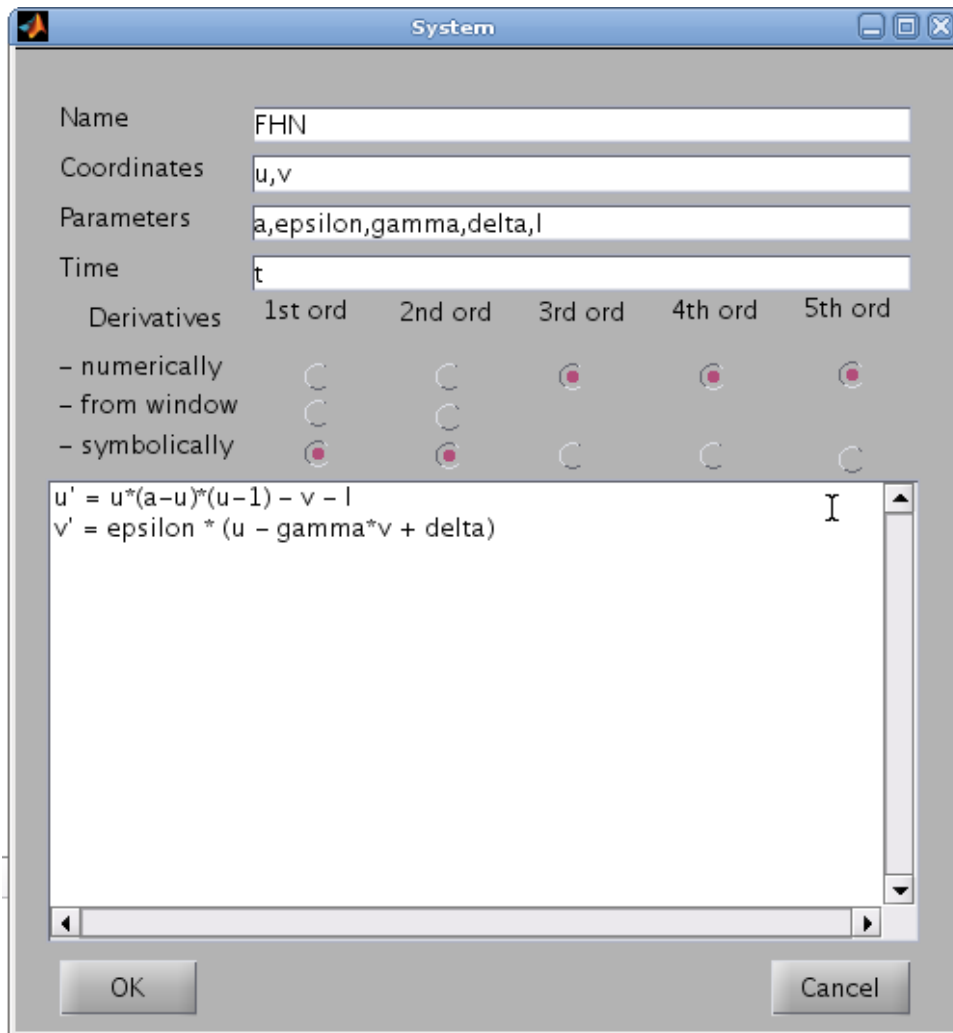
Falls Ihnen gnome nicht zusagt, können Sie in $\sim/.vnc/xstartup$ auch lxde als graphische Oberfläche wählen. (Dann mit `vnckill` den vnc beenden und neu starten.)

Öffnen Sie ein Terminal. Da Sie an einem Mac sitzen, müssen sie noch eine Umgebungsvariable exportieren, damit MATLAB startet.

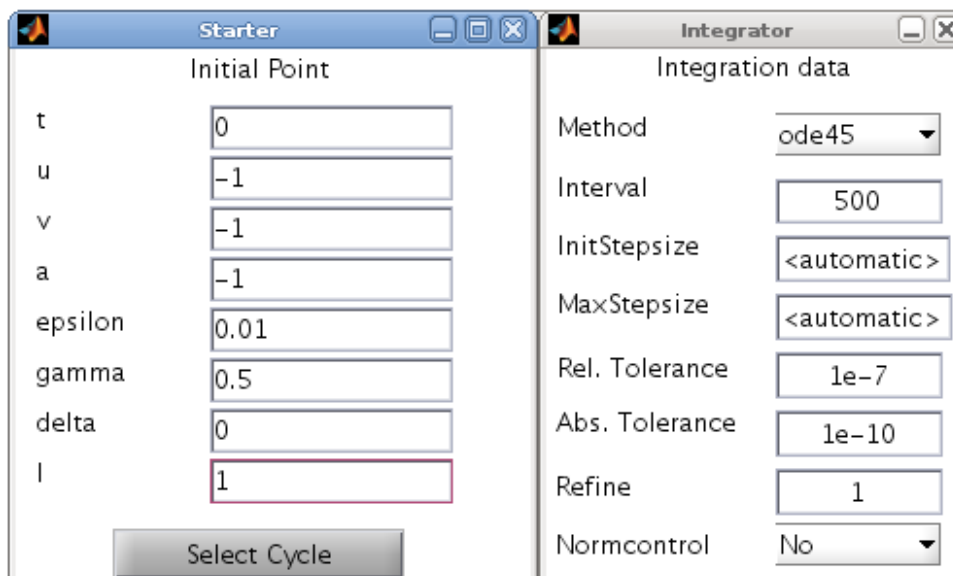
```
> export LC_ALL="en_US.utf8"
> cd Programmierung/matlab/matcont5p2
> m
```

In MATLAB starten Sie MatCont mit `matcont`. Damit sind die Vorbereitungen erledigt, und die Bifurkationsanalyse kann beginnen.

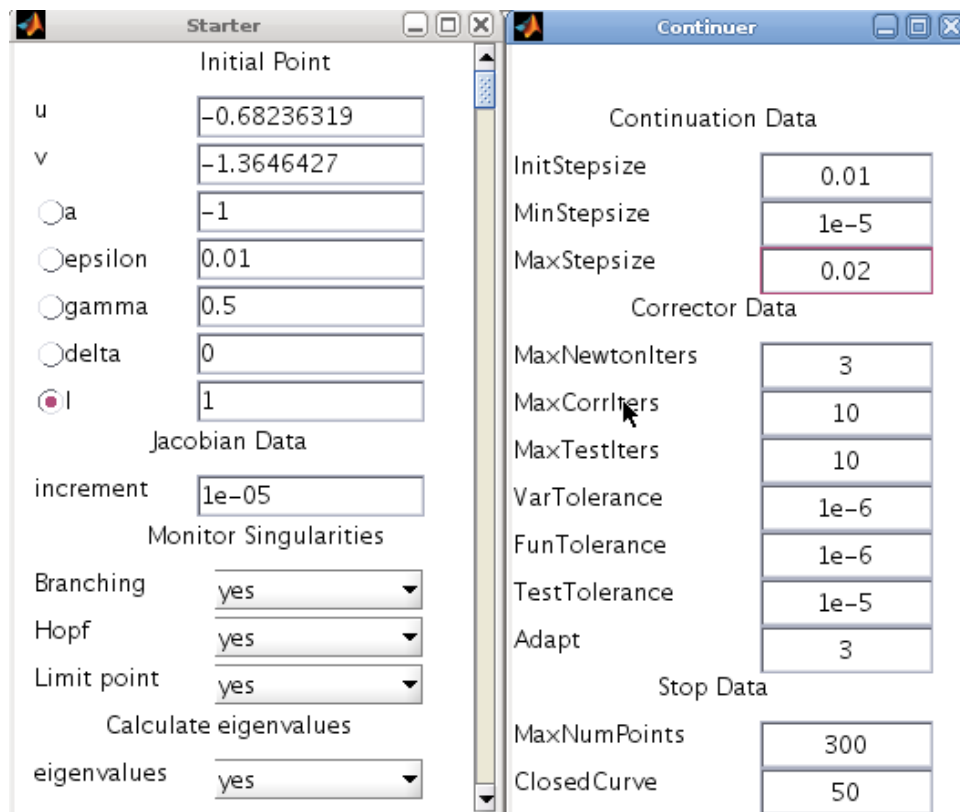
1. Geben Sie das Modell in MatCont ein. Dafür wählen Sie im Menü **Select>System>New**. Das Modell könnte so aussehen:



2. Jetzt geben Sie Anfangswerte für die Variablen und Parameter via **Type>Initial Point>Point** ein. Außerdem können Sie die Integrations-Optionen ändern. Klicken Sie *nicht* auf Select Cycle!



3. Wir brauchen noch ein Plot-Fenster: Wählen Sie **Window>Graphic>2Dplot**. Auf den Achsen sollten u und v aufgetragen werden. Passen Sie mit **Layout>Plotting region** die Plotgrenzen an.
4. Jetzt soll das System nahe ans Gleichgewicht integriert werden. Wählen Sie **Compute>Forward**.
5. Wenn Sie vorher **Window>Numeric** geöffnet hätten, könnten Sie die numerischen Werte verfolgen. Geben Sie also neue Anfangswerte in den "Starter" ein, und integrieren Sie das System erneut mit **Compute>Forward**.
6. Sollte obiger Schritt nicht funktionieren, geben Sie `why` in MATLAB ein.
7. Wir wollen mit einem Fortsetzungs-, Pfadverfolgungs- oder Homotopieverfahren den Fixpunkt verfolgen, wenn sich der Parameter I_a ändert. Dafür muss das Gleichgewicht als Startwert geladen werden. Öffnen Sie **Select>Initial Point**. Wählen Sie einen Wert aus, der nahe am Gleichgewicht liegen sollte. (Anklicken, **Select** drücken.)
8. Wählen Sie **Type>Initial Point>Equilibrium**. Das Hauptfenster zeigt an: **EP_EP(1)**, d. h. "star- te am Gleichgewicht, um ein Gleichgewicht zu verfolgen". Sie bekommen zusätzlich ein Starter- und ein Continuer-Fenster.
9. Im Starter aktivieren Sie den Parameter, der variiert werden soll.
10. Im Continuer können Sie die maximale Schrittweite etwas kleiner wählen, z. B.



11. Ändern Sie das Plot-Fenster via **Layout>...**, so dass I_a gegen u aufgetragen wird.
12. Nutzen Sie **Compute>Forward** oder **Compute>Backward**, um die Kurve der Nullstellen der rechten Seite der Differentialgleichung für verschiedene Werte von I_a zu erhalten. Benutzen Sie auch den Stop- und Resume-Knopf im neu aufgegangenen Fenster. MatCont zeigt eine Hopf-Bifurkation mit dem Symbol H im Plot an.
13. Ändern Sie im Numeric-Fenster über **Window>Layout**, dass auch die Eigenwerte der Jacobi-Matrix angezeigt werden. Verfolgen Sie, dass an der Bifurkation tatsächlich die Eigenwerte die imaginäre Achse überschreiten. Bei welchem Wert von I_a^H tritt die Bifurkation also wirklich auf?