Prof. Dr. Karsten Urban

Dipl.-Math. Katharina Becker-Steinberger,
Dipl.-Math. oec. Sebastian Kestler

Institut für Numerische Mathematik
Wintersemester 2012/13

Numerik 1

Matlab-Blatt 6
(**Abgabe** wie auf dem ersten Matlab-Übungsblatt beschrieben
bis Dienstag 29.01.2013, 24:00 per Email)

Aufgabe 10 *(Vorkonditionierung)* (7 Punkte)

Vergleichen Sie die Anzahl der Iterationen für das CG-Verfahren mit dem vorkonditionierten CG-Verfahren für verschiedene Dimensionen n. Lösen Sie hierzu ein lineares Gleichungssystem $Ax = b$ mit $b = (1, \ldots, 1)^T \in \mathbb{R}^{n^2}$ einerseits mit der Funktion `cgmethod` vom letzten Übungsblatt (oder der Funktion `pcg`, welche wenn man keinen Vorkonditionierer angibt, das CG-Verfahren verwendet) und andererseits mit der Matlab-Funktion `pcg`.

Als Matrix verwenden Sie die Matrix $A \in \mathbb{R}^{n^2 \times n^2}$ des diskretisierten Poisson-Problems, welche Sie mit dem Matlab-Befehl `A=gallery('poisson', n)` aufrufen, als Vorkonditionierer verwenden Sie das Beispiel aus dem Skript. Verwenden Sie den Startwert $x^{(0)} = (0, \ldots, 0)^T \in \mathbb{R}^{n^2}$ und die Toleranz 10^{-5}.

Aufgabe 11 *(Lineares Ausgleichsproblem, Givens-Rotation)* (13 Punkte)

Gegeben sind die vier Meßwerte

x_i	-1.6	-0.9	0.75	2.7
y_i	1.6	-0.9	1.0	-1.0

,

die in der Theorie nach zu einer Ellipse der Form

$$g(t) = \alpha x^2 + \beta xy + \gamma y^2 - 10 = 0$$

gehören.

a) Stellen Sie das zugehörige lineare Ausgleichsproblem $\|Az - b\|_2 \rightarrow \min$ auf. Lösen Sie das lineare Ausgleichsproblem mittels Matlab. Ferigen Sie mit Matlab eine Skizze, in der die Ausgleichsfunktion $y(t)$ und die Messpunkte eingezeichnet sind, hierzu können Sie die Funktion `ezplot` verwenden. Beschriften Sie die Achsen Ihrer Zeichnung.

b) Die Behandlung obigen Ausgleichsproblems $(A|b)$ für vier Meßwerte führt bei der Lösung mittels orthogonaler Transformation auf ein oberes Dreieckssystem $(R|Q^Tb)$. Nun erhalten Sie eine weitere Messung (x_5, y_5). Das zugehörige Ausgleichsproblem unter Verwendung von $(R|Q^Tb)$ sei dann

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -7.8 & 3.2 & -1.9 & -14 \\ 0-2.2 & 0.74 & -4.4 & \\ 0 & 0 & -2.2 & -13 \\ 0 & 0 & 0 & -0.26 \\ 5.85 & -2.4 & 0.98 & 10 \end{array}\right)$$

Lösen Sie dieses mit Givens-Rotation und geben Sie $z = (z_1, z_2, z_3)^T$ mit $z_1 = \alpha, z_2 = \beta$ und $z_3 = \gamma$ sowie das Residuum explizit an. Schreiben Sie hierzu eine Funktion `[Q, R] = qr_givens(A)`, welche eine QR-Zerlegung mittels Givens Rotationen durchführt. Kontrollieren Sie Ihr Ergebnis mit der Matlab-Funktion `qr`.