



Numerik 1

Praxis-Blatt 2

Aufgabe 2 (LR-Zerlegung mit Spalten- und Zeilenpivotisierung und ohne Pivotisierung)

Laden Sie die Datei `main1.m` von der Vorlesungshomepage herunter und bearbeiten Sie die folgenden Aufgaben.

- a) Im Vorlesungsskript auf Seite 43 finden Sie eine Funktion `[L,R,P] = myLu(A)`, in der die LR-Zerlegung einer Matrix $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ mit Spaltenpivotisierung durchgeführt wird. Auf der Vorlesungshomepage können Sie eine Funktion `[L,R,p] = myLuCols(A)` herunterladen, die diesen Algorithmus enthält. Einziger Unterschied ist, dass anstelle einer Permutationsmatrix nur ein Permutationsvektor ausgegeben wird. Testen Sie die Funktion, indem Sie die LR-Zerlegung einer zufälligen Matrix $A \in \mathbb{R}^{10 \times 10}$ berechnen und anschließend $L \cdot R$ mit $P \cdot A$ vergleichen (Datei `main1.m`, Zeilen 4-7). Ändern Sie die Funktion so, dass keine Pivotisierungsstrategie verwandt wird und speichern Sie diese neue Funktion als `[L,R] = myLu(A)`.
- b) Schreiben Sie eine Funktion `[L,R,p] = myLuRows(A)`, in der die LR-Zerlegung einer Matrix $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ mit Zeilenpivotisierung durchgeführt wird. Orientieren Sie sich hierbei an der Funktion aus Aufgabenteil a), d.h. verwenden Sie drei geschachtelte for-Schleifen. Testen Sie Ihre Funktion, indem Sie in der Datei `main1.m` die Zeilen 9-10 ergänzen. Achtung: Der Vergleich der Matrizen sieht jetzt etwas anders aus.
- c) Lösen Sie mit ihren Routinen `myLu(A)`, `myLuRows(A)`, `myLuCols(A)` und `solve`, die folgenden Gleichungssysteme $Ax = b$ numerisch mittels Vorwärts- und Rückwärtseinsetzen. Schreiben Sie hierzu Funktionen `x=solve_LRPiv(L, R, p, b)` und `x=solve_LR(L, R, b)`. Hierbei seien

(i)

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix},$$

(ii)

$$A = \begin{pmatrix} 11 & 44 & 1 \\ 0.1 & 0.4 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix},$$

(iii)

$$A = \begin{pmatrix} 0.001 & 1 & 1 \\ -1 & 0.004 & 0.004 \\ -1000 & 0.004 & 0.000004 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Vergleichen Sie ihre Ergebnisse hinsichtlich Robustheit und Genauigkeit der drei Verfahren.

- d) Modifizieren Sie die beiden Funktionen aus den Teilen a) und b) so, dass jeweils die innerste for-Schleife vektorisiert ist. Nennen Sie die neuen Funktionen `myLuRowsVec` bzw. `myLuColsVec`. Testen Sie wieder beide Funktionen (`main1.m` Zeilen 12-16).

- e) Zusatz für Interessierte/Zuhause: Analysieren Sie die Laufzeiten der vier Funktionen (`main1.m` ab Zeile 62). Beschreiben Sie, was Sie in der doppelt logarithmischen Darstellung sehen. (Achtung, das Programm läuft je nach Computer ca. 5-20 Minuten. Um sinnvolle Ergebnisse im loglog-plot zu erhalten, sollten Sie während dieser Zeit nichts Anderes am Computer machen.)