Prof. Dr. Karsten Urban

Dipl.-Math. Katharina Becker-Steinberger,
Dipl.-Math. oec. Sebastian Kestler

Institut für Numerische Mathematik
Wintersemester 2012/13

Numerik 1

Praxis-Blatt 5

Aufgabe 2 *(Gradientenverfahren mit Armijo-Regel)*

a) Schreiben Sie eine Matlab-Funktion

```
[xk,y] = grad(x0, fg, tol, maxit)
```

die das Gradientenverfahren mit Armijo-Regel zur Minimierung einer stetig differenzierbaren Funktion $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ implemeniert. Hierbei sind die Eingabe-Parameter:

- `x0`: Startwert
- `fg`: Eine Matlab-Funktion, die beim Aufruf `[f, g] = fg(x)` den Funktionswert $f = (x)$ der Zielfunktion und deren Gradient $g = \nabla f(x)$ zurückgibt und beim Aufruf `[f] = fg(x)` nur den Funktionswert $f(x)$. Hinweis: Verwenden Sie hierfür die Malab-Funktion `nargout`.
- `tol`: Toleranz für die Abbruchbedingung: $\|g(x^{(k)})\| \leq tol \cdot \min(1, \|g(x^{(0)}))\|)$,
- `maxit`: maximale Iterationszahl.

Bei den Ausgabeparametern sei `xk` die Optimalstelle nach Termination oder Abbruchs des Algorithmus und `y` enthalte die Iterierten.

Implementieren Sie die Schrittweitensuche unabhängig vom Hauptalgorithmus in einer Matlab-Funktion

```
[sig, xn,fn] = armijo(xk, dk,  dtg, fg, fk, gamma, sig0)
```

mit den Eingabedaten:

- `xk`: aktueller Punkt,
- `dk`: aktuelle Suchrichtung,
- `dtg`: ${d^{(k)}}^T g(x^{(k)})$,
- `fg`: Zielfunktion (siehe oben),
- `fk`: aktueller Funktionswert,
- `gamma`: Parameter γ aus der Armijo-Regel,
- `sig0`: Anfangsschrittweite

und den Ausgabedaten:

- `sig`: Schrittweite,
- `xn`: ermittelter Punkt,
- `fn`: Zielfunktionswert am ermittelten Punkt.

b) Wenden Sie das Verfahren auf die Rosenbrock-Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad f(x) = 10(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2$$

mit Startwert $x^0 = (-1.2, 1)^T$ an. Verwenden Sie hierbei die folgenden Parameterwerte für die Amijo-Regel: $\gamma = 10^{-4}, \beta = 0.5$.

c) Lassen Sie mit dem Matlab-Befehl `contour` die Höhenlinien der Rosenbrock-Funktion zeichnen. Können Sie erklären, warum das Gradientenverfahren so ineffizient ist? Zeichnen Sie ggf. den Iterationsverlauf ein.