

Angewandte Numerik 2

Abgabetermin: Freitag 25.10.2013, vor der Übung

Aufgabe 1 (*Trennung der Variablen*)

(8 Punkte)

Ermitteln Sie, wie im Tutorium gezeigt, mit Trennung der Variablen die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichung erster Ordnung

$$(t^2 + 1)y' = y^2 + 1.$$

Aufgabe 2 (*Richtungsfeld*)

(8 Punkte)

Gegeben sei die Differentialgleichung

$$x' = ax - bx^3 \tag{1}$$

mit reellen Konstanten $a, b > 0$.

- Skizzieren Sie das Richtungsfeld für $a = 4, b = 1$ in $-3 \leq t \leq 3, -3 \leq x \leq 3$.
- Es sei x eine Lösung von (1) mit $x_0 = x(0)$. Argumentieren Sie alleine mit Hilfe des Richtungsfelds, wie sich $x(t)$ für $t \rightarrow \infty$ in Abhängigkeit von x_0 verhält.

Aufgabe 3 (*Programmieraufgabe, Matlab Solver ode45*)

(8 Punkte)

Bestimmen Sie mit der Matlab-Funktion `ode45` Näherungslösungen für die folgenden Anfangswertprobleme und stellen Sie diese mit Hilfe der Matlab-Funktion `plot` grafisch dar:

- $y'(t) = (2 - y(t))y(t)$
Verwenden Sie verschiedene Startwerte und plotten Sie diese in der gleichen Grafik.
- Zeeman'sches Herzschlagmodell*
Zeemanns Herzschlagmodell beschreibt die Funktionsweise des Herzens. Gesuchte Größen sind die Länge der Herzmuskelfaser $l(t)$ und das elektrochemische Potential $p(t)$. Das Modell wird beschrieben durch das System

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} l(t) \\ p(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -(l(t)^3 - \alpha l(t) + p(t)) \\ \beta l(t) \end{pmatrix},$$

wobei α die Vorspannung der Muskelfaser und β der Rückkopplungsparameter sind. Berechnen Sie Ihre Näherungslösung im Zeitintervall $[0, 100]$, verwenden Sie die Parameterwerte $\alpha = 3$ und $\beta = 0.1$ und die Anfangswerte $l(0) = 1$ und $p(0) = 0$.

Hinweise:

Die Programmieraufgaben sind in Matlab zu erstellen. Senden Sie alle Files in einer email mit dem Betreff **Loesung-Blatt1** an angewandte.numerik@uni-ulm.de (Abgabetermin jeweils wie beim Theorieteil). Drucken Sie zusätzlich allen Programmcode sowie die Ergebnisse aus und geben Sie diese vor der Übung ab. Der Source Code sollte strukturiert und, wenn nötig, dokumentiert sein.