

Angewandte Numerik 2
Abgabetermin: 6.11.2013, vor der Übung

Organisatorisches:

- Die Klausur zur Angewandten Numerik 2 ist eine **offene Klausur**.
- **Klausurtermine: 28.02.2014 und 17.04.2014.**

Aufgabe 11 (*Konstruktion eines expliziten Zweischnittverfahrens, Nullstabilität*) (8 Punkte)

Zu konstruieren sei ein explizites Zweischnittverfahren der Form

$$y_{j+2} + \alpha_1 y_{j+1} + \alpha_0 y_j = h(\beta_0 f(t_j, y_j) + \beta_1 f(t_{j+1}, y_{j+1})).$$

- a) Bestimmen Sie α_0, β_0 und β_1 in Abhängigkeit von α_1 , so dass das Verfahren (mindestens) die Ordnung zwei hat.

Hinweis: Ein k -Schrittverfahren ist genau dann konsistent, wenn die folgenden beiden Gleichungen erfüllt sind

$$\sum_{i=0}^k \alpha_i = 0, \quad \sum_{i=0}^k i \cdot \alpha_i - \sum_{i=0}^k \beta_i = 0. \tag{1}$$

Das Mehrschrittverfahren hat genau dann (wenigstens) die Konsistenzordnung $p \geq 2$, wenn neben (1) die folgenden Bedingungen gelten:

$$\sum_{i=0}^k \alpha_i i^l = l \sum_{i=0}^k \beta_i i^{l-1} \quad \text{für alle } l = 2, \dots, p. \tag{2}$$

- b) Für welche α_1 -Werte ist das Zweischnittverfahren dann null-stabil?
c) Lässt sich α_1 so wählen, dass sich ein null-stabiles Verfahren dritter Ordnung ergibt?

Aufgabe 12 (*Mehrschnittverfahren, Konsistenzordnung, Konvergenz*) (8 Punkte)

Bestimmen Sie die Konsistenzordnung des Mehrschrittverfahrens

$$y_{j+4} - y_j = \frac{h}{3}(8f_{j+1} - 4f_{j+2} + 8f_{j+3}).$$

Aufgabe 13 (*Programmieraufgabe, Nichtstabiles Verhaltens vom Mehrschrittverfahren*) (8 Punkte)

Betrachten Sie das in Aufgabe 11 konstruierte Zweischnittverfahren der Ordnung 3:

$$y_{j+1} + 4y_j - 5y_{j-1} = h(4f_j + 2f_{j-1})$$

Verwenden Sie dieses Verfahren, um das Anfangswertproblem

$$y' = y, \quad y(0) = 1$$

zu lösen. Verwenden Sie die exakten Anfangsdaten $y_0 = 1, y_1 = e^h$. Plotten Sie die numerischen Ergebnisse für $h = 1/10, h = 1/20, h = 1/50, h = 100$ jeweils gegen die exakte Lösung auf dem Intervall $[t_0, t_b] = [0, 1]$. Setzen Sie die Darstellung der Axen mit `xlim ([0,1])` und `ylim ([0,5])` fest.

Hinweise:

Die Programmieraufgaben sind in Matlab zu erstellen. Senden Sie alle Files in einer E-mail mit dem Betreff **Loesung-Blatt6** an angewandte.numerik@uni-ulm.de (Abgabetermin jeweils wie beim Theorieteil). Drucken Sie zusätzlich allen Programmcode sowie die Ergebnisse aus und geben Sie diese vor der Übung ab. Der Source Code sollte strukturiert und, wenn nötig, dokumentiert sein.