



Numerische Lineare Algebra - Übungsblatt 1

(Abgabe: Mittwoch, 30. Oktober 2013)

Hinweise

- Bitte melden Sie sich für die Mailingliste¹ an.
- Bitte melden Sie sich im SLC² für die Vorlesung an.
- Bitte melden Sie sich **spätestens bis Donnerstag, 17.10.2013, 18:00 Uhr** im SLC für ein Tutorium an, sofern Sie eines besuchen wollen.
- Finden Sie sich in 4er Gruppen zusammen. Jeweils **einer** der Gruppe sollte eine Mail an `pascal.heiter@uni-ulm.de` schreiben mit dem Betreff

[NumLA]: Matlabtutorium

welche die Namen der Gruppenmitglieder und den gewünschten Matlabtutoriumstermin samt Tutor x , mit

$x \in \{\text{Pascal Heiter, Katharina Schachmatov, Markus Schuster, Benjamin Wenger}\}$,

beinhaltet.

- Abgabe der Übungsblätter nur **zu zweit**.
- Zulassungskriterium: 50% der Übungspunkte der Matlab- sowie der Theorieblätter und **mindestens 2** abgegebene \LaTeX -Aufgabe. Auf den ersten vier Theorieblättern wird jeweils eine Aufgabe zum \TeX en angeboten.

Aufgabe 1 (Lösbarkeit von linearen Gleichungssystemen, \LaTeX -Aufgabe)

(5+5=10 Punkte)

- Sei $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Zeigen Sie

$$\det A \neq 0 \quad \Leftrightarrow \quad \text{rang } A = n$$

- Sei $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ und $\text{rang } A = n$. Zeigen Sie, dass das lineare Gleichungssystem

$$Ax = b$$

für alle $b \in \mathbb{R}^n$ eindeutig lösbar ist.

Aufgabe 2 (Zahldarstellung)

(12 Punkte)

In der Anwendung sind u.a. die folgenden, vier Zahldarstellungen wichtig

- Binärdarstellung ($b = 2$)
- Oktaldarstellung ($b = 8$)
- Dezimaldarstellung ($b = 10$)

¹<https://imap.uni-ulm.de/lists/info/num1-ws1314>

²<https://slc.mathematik.uni-ulm.de/portal/catalog/details/term/WS2013/lecture/949>

- Hexadezimaldarstellung ($b = 16$), wobei hier Ziffern von 0 bis 15 auftreten. Damit alle Ziffern einstellig sind, kodiert man wie folgt: 10 = A, 11 = B, 12 = C, 13 = D, 14 = E und 15 = F.

Ergänzen Sie folgende Tabelle und geben Sie dabei alle Rechnungen an

Dezimal	Dual	Oktal	Hexadezimal
10.734375	11011.011	17.25	5.C

Aufgabe 3 (*Eindeutigkeit der Zahldarstellung*)

(10 Punkte)

a) Zeigen Sie, dass für $n \in \mathbb{N}$ und $b \in \mathbb{N}_{\geq 2}$ die Abbildung

$$\begin{aligned} \varphi : \{0, 1, \dots, b-1\}^n &\rightarrow \{0, 1, \dots, b^n - 1\} \\ (a_0, a_1, \dots, a_{n-1}) &\mapsto \sum_{k=0}^{n-1} a_k b^k \end{aligned}$$

bijektiv ist.

b) Zeigen Sie, dass jede reelle Zahl unter der Bedingung

$$a_k < b - 1 \text{ für unendlich viele } k \leq n$$

eine eindeutige b-adische Entwicklung besitzt.

Aufgabe 4 (*Gleitpunktdarstellung*)

(4+4=8 Punkte)

a) Bestimmen Sie für $a = \frac{3}{5}$ und $b = \frac{4}{7}$ die Darstellungen in $\mathbb{M}(2, 5, 3)$ und $\mathbb{M}(2, 3, 3)$.

b) Berechnen Sie

$$x_1 := a \oplus b \text{ in } \mathbb{M}(2, 5, 3) \quad \text{und} \quad x_2 := a \ominus b \text{ in } \mathbb{M}(2, 3, 3)$$

sowie den jeweiligen relativen Fehler. Was fällt auf?



Mehr Informationen zur Vorlesung und den Übungen finden Sie auf

<http://www.uni-ulm.de/mawi/mawi-numerik/lehre/wintersemester-20132014/numla.html>