Prof. Dr. Dirk Lebiedz
M.Sc. Pascal Heiter
Dipl.-Math. oec. Klaus Stolle

Universität Ulm
Institut für Numerische Mathematik
Wintersemester 2013/14

Numerische Lineare Algebra - Matlabblatt 2

(Besprechung: Freitag, 22. November 2013)

Aufgabe 3 *(LR-Zerlegung ohne/mit Pivotisierung und Vektorisierung)* (5+3+4=12 Punkte)

a) Schreiben Sie eine Funktion

```
[L, R] = myLu(A)
```

welche zu einer regulären Matrix $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ eine LR-Zerlegung **ohne** Pivotisierungsstrategie berechnet, also

$$A = L \cdot R$$

und testen Sie ihre Funktion mit Hilfe des Skriptes `test_myLu.m`, welches auf der Homepage verfügbar ist.

b) Wir wollen uns nun mit Pivotisierungsstrategien auseinandersetzen. Schauen Sie sich dazu die Datei `myLuCols.m` an, welche auf der Homepage verfügbar ist. Der Algorithmus ist im Skript, S. 43 erklärt. Die Berechnung der LR-Zerlegung erfolgt hier mit Spaltenpivotisierung, wobei anstatt einer ganzen Permutationsmatrix P lediglich ein Indexvektor `p` benutzt wird. Schreiben Sie analog dazu eine Funktion

```
[L, R, P] = myLuRows(A),
```

welche die LR-Zerlegung mit **Zeilenpivotisierung** berechnet und auch die volle Permutationsmatrix `P` zurück liefert und testen Sie die Funktionen mit Hilfe des Skriptes `test_myLuRows.m`, welches auf der Homepage verfügbar ist.

c) Modifizieren Sie die beiden Funktionen aus b) derart, dass die innerste `for`-Schleife vektorisiert wird und speichern Sie diese Funktionen unter

`[L, R, P] = myLuColsVec(A)` und `[L, R, P] = myLuRowsVec(A).`

Modifizieren Sie das Testskript von b) derart, dass Sie ihre vektorisierten Funktionen testen und speichern Sie dieses Skript unter `test_myVectorization.m`.

Aufgabe 4 *(Gestaffelte Systeme)* (4 Punkte)

Eine mögliche Lösungsstrategie von allgemeinen linearen Gleichungssystemen $Ax = b$ ist durch Vorwärts- und Rückwärtssubstitution.

a) Schreiben Sie eine Funktion

`x = solveLR(L, R, b)` und `x = solveLR_Pivot(L, R, P, b).`

die ein Gleichungssystem $Ax = b$ mit dieser Strategie löst.

b) Schreiben Sie ein Testskript `test_solve.m`, welches folgende Gleichungssysteme $Ax = b$ löst mit

(a)

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(b)

$$A = \begin{pmatrix} 11 & 44 & 1 \\ 0.1 & 0.4 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(c)

$$A = \begin{pmatrix} 0.001 & 1 & 1 \\ -1 & 0.004 & 0.004 \\ -1000 & 0.004 & 0.000004 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Vergleichen Sie ihre Ergebnisse hinsichtlich Robustheit und Genauigkeit. Verwenden Sie als Pivotstrategie nur die Spaltenpivotisierung. Als Referenzlösung betrachten Sie das Ergebnis von `A\b`.

Aufgabe 5 *(Zeit ist Geld)* (4 Punkte)

Wir wollen uns nun mit der Laufzeit der Methoden beschäftigen.

a) Analysieren Sie die Laufzeit mittels des Skriptes `test_runtime.m`, welches auf der Homepage verfügbar ist. Um sinnvolle Resultate zu erzielen, sollten Sie während den Berechnungen den Rechner nicht nutzen.

Hinweis: Das Skript braucht je nach Rechenleistung 10-30min (!)

b) Interpretieren Sie den `loglog`-Plot. Warum ist es sinnvoll, sich an dieser Stelle den `loglog`-Plot anzuschauen? Was für eine generelle Aussage kann man aus diesem Schaubild ziehen?