Prof. Dr. Dirk Lebiedz
M.Sc. Pascal Heiter

Universität Ulm
Institut für Numerische Mathematik
Wintersemester 2014/2015

Numerische Optimierung - Übungsblatt 5

(Besprechung: Mittwoch, 19. November 2014)

Aufgabe 19 *(Regularität)*

Gegeben sei folgendes Optimierungsproblem:

$$\textbf{(P)} \quad \begin{cases} \min_{(x_1,x_2)\in\mathbb{R}^2} & -x_1 \\ \text{s.t.} & \begin{array}{rcrcl} x_1^3 & + & x_2 & \leq & 0 \\ & - & x_2 & \leq & 0 \end{array} \end{cases}$$

Bestimmen Sie das Minimum x^* von **(P)** und überprüfen Sie für diesen Punkt die Regularitätsbedingung von Abadie.

Aufgabe 20 *(Komplementaritätsbedingung)*

Sei K ein konvexer Kegel und $\bar{x} \in S := \{x \in \mathbb{R}^n \mid g(x) \in K\}$. Zeigen Sie

a) $K(g(\bar{x})) = K + \mathbb{R} \cdot g(\bar{x})$

b) $\lambda(-y) \geq 0 \quad \forall\, y \in K(g(\bar{x})) \quad \Leftrightarrow \quad \lambda(-y) \geq 0 \quad \forall\, y \in K \quad$ **und** $\quad \lambda g(\bar{x}) = 0.$

Aufgabe 21 *(KKT Bedingungen für das Standardproblem)*

Sei $\bar{x} \in S := \{x \in \mathbb{R}^n \mid g(x) \in K\}$ und $K = \mathbb{R}^k_- \times \{0\}_{m-k}$. Zeigen Sie

$$\lambda(-y) \geq 0 \quad \forall\, y \in K(g(\bar{x})) \qquad \Leftrightarrow \qquad \lambda_i \geq 0\, \forall\, i \in I(\bar{x}) \quad \text{und} \quad \lambda_i = 0, \text{ falls } g_i(\bar{x}) < 0.$$

Aufgabe 22 *(LICQ)*

Betrachten Sie das Standardproblem mit $S := \{x \in \mathbb{R}^n \mid g(x) \in K\}$ mit $K = \mathbb{R}^k_- \times \{0\}_{m-k}$, also

$$\begin{array}{rrcll} \min\limits_{x\in\mathbb{R}^n} & f(x) & & & \\ \text{s.t.} & g_i(x) & \leq & 0 & (i = 1, ..., k) \\ & g_i(x) & = & 0 & (i = k+1, ..., m). \end{array}$$

Ein zulässiger Punkt $\bar{x} \in S$ erfüllt **L**inear **I**ndependent **C**onstrait **Q**ualification, wenn gilt

$$\textbf{(LICQ)} \qquad \left\{ g_i'(\bar{x}) \mid\ i \in I(\bar{x}) \cup \{k+1, ..., m\} \right\} \text{ ist linear unabhängig.}$$

Zeigen Sie

$$\bar{x} \text{ erfüllt LICQ} \quad \Rightarrow \quad \bar{x} \text{ erfüllt MFCQ.}$$