



Numerische Optimierung - Übungsblatt 8

(Besprechung: Mittwoch, 10. Dezember 2014)

Aufgabe 28 (Optimieren mit Matlab)

Nichtlineare, beschränkte Optimierungsproblem kann man in Matlab mittels der Funktion `fmincon` lösen. Machen Sie sich damit vertraut und schreiben Sie ein Skript `solveOpt.m`, welches die folgenden Optimierungsprobleme löst. Wählen Sie verschiedene Algorithmen und variieren Sie die Toleranzen.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \max_{x \in \mathbb{R}^2} & f(x) := x_1 x_2 \\ \text{s.t.} & x_1 + x_2 = 2 \\ & x_1 \geq 0 \\ & x_2 \geq 0 \end{array} \quad \text{b) } \max_{x \in \mathbb{R}^2} f(x) = 2x_1^2 - 6x_1 x_2 + x_2^3$$
$$\begin{array}{ll} \text{s.t.} & (x_1 - 4)^2 + (x_2 - 5)^2 = 9 \\ & x_1 + x_2 \geq 2 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{c) } \min_{x \in \mathbb{R}^2} f(x) = & -\frac{1}{2}\sqrt{x_1} - \frac{1}{2}x_2 \\ \text{s.t.} & x_1 \geq 0.1 \\ & x_2 \geq 0 \\ & x_1 + x_2 \leq 1. \end{array}$$

Aufgabe 29 (Anwendung der Sensitivitätsanalyse)

Gegeben sei das parametrische Optimierungsproblem aus Aufgabe 27

$$\begin{array}{ll} P(p) : \min_{x \in \mathbb{R}^2} & f(x) := -\left(\frac{1}{2} + p\right)\sqrt{x_1} - \left(\frac{1}{2} - p\right)x_2 \\ \text{s.t.} & x_1 + x_2 \leq 1 \\ & x_1 \geq 0.1 \\ & x_2 \geq 0. \end{array}$$

- a) Berechnen Sie das Optimum von $P(p)$ analytisch. Wie darf p gewählt werden, damit das Optimum zulässig und SSC erfüllt bleibt?
- b) Schreiben Sie ein Skript `sensErr.m`, welches obiges Problem für $p \in \text{linspace}(0, 1/7, 100)$ ausgehend von $p_0 = 0$ mittels Sensitivitätsanalyse löst. Plotten Sie den Fehler

$$\|x_{\text{app}}(p) - x^*(p)\|_2$$

in Abhängigkeit von p , wobei $x^*(p)$ das berechnete Optimum aus a) ist. Was fällt auf?

- c) Schreiben Sie ein Skript `applySensitivity.m`, welches für $n \in \{5, 10, 50, 100, 200, 500, 1000, 5000, 10000\}$ die Optimierungsprobleme $P(p)$ für $p \in \text{linspace}(0, 1/7, n)$ löst. Verwenden Sie dabei zwei Strategien und vergleichen Sie die Laufzeit für das Lösen **aller** Optimierungsprobleme.

- 1) $P(p)$ für jedes p mittels `fmincon` lösen.
- 2) $P(p)$ mit geeigneter Sensitivitätsanalyse lösen. Verwenden Sie für die Sensitivitätsanalyse eine Toleranz von `tol=1e-4`. Stellen Sie dabei sicher, dass der Fehler kleiner bleibt als `tol`.

Was fällt auf? Diskutieren Sie die numerischen Ergebnisse.