Prof. Dr. Karsten Urban
M.Sc. Mazen Ali
Institut für Numerische Mathematik
Universität Ulm

Numerik von ell. PDG
WiSe 2017/2018

Übungsblatt 7

Besprechung 6.12.2017.

Aufgabe 1 (Konforme Methoden und Ansatzfunktionen) (10 Punkte)

Sei $k \geq 1$ und $\Omega \subset \mathbb{R}^d$ ein beschränktes Lipschitz Gebiet. Sei das Gebiet in Dreiecke unterteilt $\overline{\Omega} = \bigcup_{i=1}^m \overline{\Omega}_i$. Zeigen Sie, dass eine stückweise beliebig oft differenzierbare Funktion $v : \overline{\Omega} \to \mathbb{R}$ genau dann zu $H^k(\Omega)$ gehört, wenn $v \in C^{k-1}(\overline{\Omega})$ gilt.

Hinweis: „Stückweise beliebig oft differenzierbar" ist in dieser Aufgabe wie folgt zu verstehen. Es gilt $v \in C^\infty(\overline{\Omega_i})$. Dabei werden die Werte auf dem Rand von Ω_i durch den punktweisen Limes fortgesetzt. Da nun für ein anderes Ω_j, das eine gemeinsame Kante mit Ω_i hat, der punktweise Limes an der gemeinsamen Kante, i.A., unterschiedlich ist, so haben wir eine „Doppelbelegung" an der gemeinsamen Kante. Um trotzdem noch eine wohldefinierte Funktion $v : \Omega \to \mathbb{R}$ zu erhalten, wählt man an der gemeinsamen Kante einfach eine der Definitionen aus. Welche Definition man dabei auswählt, also ob den linkseitigen oder den rechtseitigen Limes, ist für die Aufgabe unerheblich. Das gleiche Vorgehen führt man für die Ableitungen durch und erhält somit eine stückweise differenzierbare Funktion.