



Prof. Dr. Karsten Urban
M.Sc. Mazen Ali
Institut für Numerische Mathematik
Universität Ulm

Numerik von ell. PDG
WiSe 2018/2019

Bonus Blatt

Abgabetermin 21.2.2019

Hinweis: Es sind 20 plus 50 Bonuspunkte. Die Aufgabe muss nur dann bearbeitet werden, falls Punkte für die Vorleistung fehlen.

Aufgabe 1 (Taylor-Hood Element)

(20 Theorie + 50 Matlab Punkte)

Wir betrachten das Stokes Problem

$$\begin{aligned} -\nu \Delta \vec{u} + \nabla p &= \vec{f} & \text{in } \Omega, \\ \nabla \cdot \vec{u} &= 0 & \text{in } \Omega, \\ \vec{u} &= 0 & \text{auf } \partial\Omega. \end{aligned}$$

auf einem Gebiet $\Omega \subset \mathbb{R}^2$.

Wir verwenden die folgende schwache Formulierung

$$\begin{cases} \text{suche } (\vec{u}, p) \in X \times M \text{ mit} \\ \nu(\nabla \vec{u}, \nabla \vec{v})_0 - (p, \nabla \cdot \vec{v})_0 = (\vec{f}, \vec{v})_0 \quad \forall \vec{v} \in X, \\ (\nabla \cdot \vec{u}, q)_0 = 0 \quad \forall q \in M, \end{cases} \quad (1)$$

mit $X := H_0^1(\Omega)^2$, $M := L_{2,0}(\Omega)$.

Implementieren Sie ein FEM Verfahren zur Lösung von (1) mit Taylor-Hood Elementen. Bereiten Sie numerische Experimente mit verschiedenen Gebieten (Square, L-Shape etc.) und rechten Seiten f vor. Um Ihr Verfahren zu testen, können Sie wie üblich sich eine Lösung $(\vec{u}, p) \in X \times M$ vorgeben und die entsprechenden Daten berechnen.