

Ausgewählte Kapitel der Graphentheorie

Übungsblatt 6

Abgabe: Mittwoch, 18. Juli 2012

1. Zeigen Sie folgenden Aussagen:

- $\gamma(C_3 \times C_k) = \lceil \frac{3k}{4} \rceil$
- $\gamma(P_2 \times P_k) = \lceil \frac{k+1}{2} \rceil$.

Dabei sei für zwei Graphen G und H das kartesische Produkt von G und H mit $G \times H$ bezeichnet.

2. Konstruieren Sie einen Graphen G mit $g(G) = 4$ und $\gamma(G) < \delta(G)$.

3. Konstruieren Sie eine Familie von Graphen $(G_n)_{n \in \mathbb{N}}$ mit $\gamma(G_n) = 2$ aber minimaler unabhängiger Dominanzmenge der Kardinalität $\lfloor \frac{n(G_n)}{2} \rfloor$.

4. Es sei G ein Graph mit $\alpha(G) = \alpha(G^2)$. Zeigen Sie folgende Gleichung:

$$\min \left\{ \sum_{v \in D} (d_G(v) + 1) : D \text{ Dominanzmenge} \right\} = n(G).$$

Für einen Graphen G sei mit G^2 der Graph bezeichnet, der aus G entsteht, wenn man Kanten zwischen zwei Ecken hinzufügt, die in G Abstand zwei voneinander haben.

5. Es sei G ein zusammenhängender Graph mit $\delta(G) \geq 3$. Zeigen Sie

$$2\gamma(G) \leq n(G) - (\delta(G) - 2) \left(1 + \left\lfloor \frac{\text{diam}(G)}{3} \right\rfloor \right) \leq n(G) - \frac{\text{diam}}{3} (\delta(G) - 2).$$

Hinweis: Nutzen Sie den Satz von Volkmann aus der Vorlesung und wählen Sie A als Teilmenge eines längsten kürzesten Weges.