Prof. Dr. Dieter Kalin
Dr. Sebastian Lück

WS 2011/12
09.11.2011

Mathematik für Biologen

Übungsblatt 3

Abgabe: Mittwoch, 23.11.2011 **vor** den Übungen

Aufgabe 1 (8 Punkte)
Untersuchen Sie, für welche $x \in \mathbb{R}$ folgende Ungleichungen gelten:

(a) $|2x + 5| < 1$,

(b) $3|x| - 5 \geq 2x$,

(c) $| - 3x + 2| < 1$,

(d) $\left|\frac{1}{2x} + 3\right| \leq 2$.

Aufgabe 2 (4 Punkte)
Schreiben Sie unter Verwendung des Summenzeichens

(a) $14 + 21 + 28 + 35 + 42 + 49$,

(b) $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 + 256 + 512 + 1024 + 2048$,

(c) $\frac{1}{3\cdot 5} + \frac{4}{5\cdot 8} + \frac{7}{7\cdot 11} + \frac{10}{9\cdot 14} + \frac{13}{11\cdot 17}$,

(d) $\frac{1}{1} - \frac{4}{2} + \frac{7}{4} - \frac{10}{8} + \frac{13}{16} - \frac{16}{32}$.

Aufgabe 3 (8 Punkte)
Berechnen Sie folgende Summen

(a) $\sum_{k=0}^{5} \frac{1}{2^k}$,

(b) $\sum_{k=5}^{20}(2 + 3k) - \sum_{k=3}^{10}(2k - 10)$,

(c) $\sum_{k=1}^{9} \left(\frac{2}{3k+3} - \frac{2}{3k}\right)$,

(d) $\sum_{k=1}^{100} \frac{1}{k(k+1)}$. **Hinweis:** Finden Sie eine Darstellung der Form $\frac{1}{k(k+1)} = \frac{a}{k} + \frac{b}{k+1}$.

Aufgabe 4 (6 Punkte)
Beweisen Sie folgende Aussagen mit vollständiger Induktion für alle $n \in \mathbb{N}$:

(a) Für Mengen $A_1, \ldots, A_n \subset X$ gilt das erste (verallgemeinerte) de Morgansche Gesetz

$$\left(\bigcup_{k=1}^{n} A_k\right)^c = \bigcap_{k=1}^{n} A_k^c.$$

(b) Es gilt $\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.